





**IFT**

Instituto de Física Teórica  
Universidade Estadual Paulista

143

---

---

TESE DE DOUTORAMENTO

IFT-T.004/95

## Fenomenologia de Neutrinos Massivos

Orlando Luis Goulart Peres

Orientador

Prof. Dr. Vicente Pleitez



Setembro 1995

A minha família.

Agradecimentos

À Mãe, Venerável Senhora, por sua acolhida nos 11 T. pelo estudo e trabalho desenvolvido e pela amizade.

A minha esposa, a querida Tereza, por sua paciência e apoio durante a elaboração deste trabalho.

A minha filha, a querida Tereza, por sua paciência e apoio durante a elaboração deste trabalho.

A todos, e especialmente aos Pais, pela força nos momentos mais difíceis.

À Deus, por tudo o que me deu e me dá.

FAVZEP, 1998.

À minha família.

## Agradecimentos

Ao Prof. Vicente Pleitez pela acolhida no IFT, pelo apoio à minha formação e pela amizade.

À minha melhor amiga, Luciene Pontes Freitas, pelas discussões e pela amizade incondicional.

À Profa. Renata Zukanovich Funchal, colaboradora e amiga, pela enorme paciência e pela força nos momentos finais.

Ao amigo Clovis Belbute Peres pela força nos momentos mais difíceis.

Ao Dr. Felice Pisano pelas inúmeras discussões em física.

À FAPESP pelo apoio financeiro.

## Resumo

Neste trabalho é discutida a fenomenologia de neutrinos massivos em dois modelos diferentes. O primeiro, no âmbito de uma mistura no setor leptônico, análoga à mistura no setor dos quarks, entre três neutrinos de Dirac. O segundo, consiste na adição de um neutrino de mão direita ao Modelo Padrão. São comparadas as previsões teóricas destes modelos com dados experimentais recentes.

**Palavras Chave:** neutrinos massivos, mistura de léptons, fenomenologia, neutrinos de mão direita.

**Área de conhecimento:** 1.05.03.00-5, 1.05.03.03-0

13.32 --> Decay of leptons

13.30.C2 --> decay of  $\tau$  leptons

13.40.22 --> non-standard model neutrinos, right-handed neutrinos

## Abstract

### Índice

#### Introdução

#### I. Geração de massas fermiônicas em teorias de gauge

##### I.1. Teoria de massa de quarks

In this work, we discuss the phenomenology of massive neutrinos in two different models. The first one, in the context of mixing in the leptonic sector, analogous to the quark case, among three Dirac neutrinos. The second one consist in the addition of a right-handed neutrino to the Standard Model. We compare the theoretical predictions of these models with recent experimental data.

**Keywords:** massive neutrinos, mixing of leptons, phenomenology, right-handed neutrinos

#### PACS:

##### 14.60.Pq - neutrino mass and mixing

14.60.Pq neutrino mass and mixing

13.35. - r decays of leptons

13.20.Cz decays of  $\pi$  mesons

14.60.St non-standard model neutrinos, right-handed neutrinos

11.42 Neutrinos astrofísicos

11.3.E Experimentos de "beam dump"

##### II.4. Vínculos cosmológicos e astrofísicos

11.4.1 Vínculos cosmológicos

11.4.2 Vínculos astrofísicos

#### III. Neutrinos de Dirac massivos

# Índice

Introdução	5
<b>I Geração de massas fermiônicas em teorias de gauge</b>	<b>8</b>
I.1 Geração de massa de quarks . . . . .	9
I.2 Geração de massa de neutrinos . . . . .	13
<b>II Limites experimentais das massas de neutrinos</b>	<b>21</b>
II.1 Experiências em aceleradores . . . . .	22
II.1.1 Limites do neutrino do elétron e do múon . . . . .	22
II.1.2 Limites sobre o neutrino do tau . . . . .	26
II.2 Testes da natureza e do número de neutrinos . . . . .	29
II.2.1 Natureza do neutrino . . . . .	29
II.2.2 Número de neutrinos . . . . .	30
II.3 Experiências fora de aceleradores . . . . .	31
II.3.1 Neutrinos solares . . . . .	31
II.3.2 Neutrinos atmosféricos . . . . .	32
II.3.3 Experiências de “ <i>beam-dump</i> ” . . . . .	34
II.4 Vínculos cosmológicos e astrofísicos . . . . .	36
II.4.1 Vínculos cosmológicos . . . . .	36
II.4.2 Vínculos astrofísicos . . . . .	37
<b>III Neutrinos de Dirac massivos</b>	<b>39</b>

III.1	Universalidade leptônica . . . . .	40
III.2	Mistura em três gerações . . . . .	42
III.2.1	Decaimentos de léptons . . . . .	45
III.2.2	Decaimentos leptônicos de hádrons . . . . .	48
III.3	Largura invisível do $Z^0$ . . . . .	48
III.4	Análise da fenomenologia . . . . .	48
III.5	Análise do ponto final do decaimento $\tau^- \rightarrow 5\pi^\pm\nu_\tau$ . . . . .	56
III.6	Compatibilidade com outros vínculos . . . . .	60
<b>IV</b>	<b>Neutrinos de Majorana massivos</b> . . . . .	<b>63</b>
IV.1	Modelo com um neutrino de mão direita (NMD) . . . . .	63
IV.2	Fenomenologia do modelo . . . . .	67
IV.2.1	Duplo decaimento beta sem neutrinos . . . . .	67
IV.2.2	Largura invisível do $Z^0$ . . . . .	67
	<b>Conclusões</b> . . . . .	<b>73</b>
<b>A</b>	<b>Notação</b> . . . . .	<b>75</b>
A.1	Matrizes de Pauli . . . . .	75
A.2	Matrizes $\gamma$ de Dirac . . . . .	75
A.3	Conjugação de carga . . . . .	76
A.4	Função Degrau . . . . .	76
<b>B</b>	<b>Informações sobre experimentos via WWW</b> . . . . .	<b>77</b>
	<b>Referências</b> . . . . .	<b>79</b>

## Relação das Tabelas

II.1	Limites sobre as massas do $\nu_e$ e do $\nu_\mu$ . . . . .	24
II.2	Limites experimentais para a massa do $\nu_\tau$ . . . . .	28
II.3	Resultados das experiências de neutrinos atmosféricos . . . . .	34
II.4	Limites astrofísicos . . . . .	37
III.1	Evolução do valor de $(G_\tau/G_\mu)^2$ usando os dados do <i>PDG92</i> , <i>PDG94</i> e atualização para 1995. . . . .	40
III.2	Dados do <i>PDG92</i> e <i>PDG94</i> . . . . .	51
III.3	Exatidão da massa para um sistema de 3ν para $m_3 = 0$ (linha tracejada), $m_3 = 20$ MeV (linha pontilhada) e $m_3 = 215$ MeV (linha contínua). Mostre-se também a aproximação perto do ponto $\epsilon \approx 0$ . . . . .	62
IV.1	Curvas de nível para a função dada na Eq.(IV.14). Tenha que $\beta = m_2/m_1$ e $\gamma = m_3/m_2$ . A linha diagonal é o limite de $\alpha_2^2 < 0.5$ . . . . .	69
IV.2	Ampliação da Fig.(IV.4) mostrando a região permitida (sinalizada por pontos) dentro de $1 \leq \beta \leq 2$ . . . . .	71

## Relação das Figuras

III.1	Valores experimentais da massa do $\tau$ . A média mundial do <i>PDG94</i> não inclui as mais recentes medidas de DELPHI e BES pois estas não haviam sido publicadas ainda. As unidades do eixo são em $\text{GeV}/c^2$ . . . . .	42
III.2	Comparação da previsão teórica (linha contínua cheia) e medidas experimentais, $R_{h\mu} = B^{\tau h}/B^{\tau\mu}$ (linha contínua cheia), $R_{he} = B^{\tau h}/B^{\tau e}$ (linha tracejada), $R_{\mu e} = B^{\tau\mu}/B^{\tau e}$ (linha pontilhada) . . . . .	43
III.3	Região de compatibilidade (dentro de $1\sigma$ ) no plano $s_\beta^2 \times s_\gamma^2$ para $(G_\tau/G_\mu)^2$ , $B^{\tau\mu}/B^{\tau e}$ , $B^{\pi e}/B^{\pi\mu}$ e a largura invisível do $Z^0$ , para $m_3 = 165$ MeV. A região permitida por $B^{\tau\mu}/B^{\tau e}$ é maior do que a área mostrada na figura. A área negra é a região permitida por todos os vínculos . . . . .	55
III.4	Espectro da massa invariante do sistema de $5\pi$ no decaimento de $\tau^- \rightarrow 5\pi^\pm \nu_\tau$ , medido por ARGUS. É mostrado o espectro teórico para um neutrino de massa nula (linha cheia), com um neutrino de 70 MeV (linha tracejada)	59
III.5	Espectro da massa invariante para o sistema de $5\pi$ para $m_3 = 0$ (linha tracejada), $m_3 = 165$ MeV (linha pontilhada) e $m_3 = 215$ MeV (linha contínua). Mostramos também a ampliação perto do ponto $x \simeq 0$ . . . . .	62
IV.1	Curvas de nível para a função dada na Eq.( IV.14 ). Temos que $x = m_F/m_Z$ e $y = m_P/M_Z$ . A linha diagonal é o limite de $s_\alpha^2 < 0.5$ . . . . .	69
IV.2	Ampliação da Fig.(IV.1), mostrando a região permitida (indicada por flechas) dentro de $1\sigma$ e $2\sigma$ . . . . .	71

## Introdução

Desde a proposta do neutrino como parte integrante na descrição do decaimento beta, o estudo de suas propriedades tem tido uma profunda conexão com os avanços da compreensão da natureza das interações mais básicas.

Atualmente o Modelo Padrão (MP), teoria que descreve as interações fundamentais eletrofracas e fortes, está em excelente acordo com os dados experimentais. No entanto parecem existir indícios de física nova em algumas medidas. Simultaneamente, no aspecto teórico, duas das partículas necessárias à renormalização e ausência de anomalias no MP, a partícula de Higgs e o neutrino do tau, não foram ainda detectadas.

Existe um interesse teórico no estudo da física dos neutrinos, pois em geral, nas extensões do MP e nas teorias de grande unificação a geração de massas ocorre para estes naturalmente. A fenomenologia dos neutrinos é importante não apenas nas experiências de física de partículas, mas em outras áreas como astrofísica, cosmologia e física nuclear. Como exemplo, as propriedades dos neutrinos fazem parte de vários cálculos sobre esfriamento estelar e evolução das estrelas. As massas dos neutrinos, se não forem nulas, e o número de sabores destes podem explicar o problema da matéria escura (um possível candidato à enorme porção de matéria do universo que não é luminosa), a origem e formação de estruturas ou mesmo a síntese primordial de elementos leves.

Outros fenômenos tais como:

- a. a detecção dos neutrinos produzidos na explosão da supernova SN1987a,
- b. a confirmação da existência do problema do neutrino solar,

- c. as evidências de oscilação de neutrinos fora aceleradores (na experiência LNSD),
- d. o problema dos neutrinos atmosféricos

nos fornecem a visão de uma atividade muito grande nesta área de pesquisa no futuro.

Novos detectores de neutrinos solares, tais como SNO, SuperKamiokande e DUMAND deverão ter um *modus operandi* que será complementar às experiências atuais. Serão experimentos mais precisos, devido ao maior número de eventos, possibilitando uma gama de informações muito maior do que temos hoje. Terá início também nos próximos anos a astronomia de neutrinos. Isto é, experiências tais como NESTOR, AMANDA e BOREXINO realizarão medidas de fluxos de neutrinos do múon com energias da ordem de 1 TeV.

Por outro lado, a confirmação de que o número leptônico é ou não uma boa simetria na natureza, poderá se manifestar com a observação do duplo decaimento beta sem neutrinos,  $(\beta\beta)_{0\nu}$ , que nos remeterá ao estudo da relação entre este decaimento e a natureza da possível massa dos neutrinos.

Todos os esforços experimentais e teóricos mencionados acima buscam responder à algumas questões em aberto na física de neutrinos e que têm reflexo em toda a física de partículas :

- Qual é a massa e natureza dos neutrinos?
- Existe a mistura no setor dos neutrinos? Se existir, em que circunstâncias é possível observar as oscilações de neutrinos? O neutrino é instável?
- A oscilação de neutrinos poderá explicar o problema dos neutrinos solares e o excesso de eventos contendo neutrinos do elétron no LNSD ?
- A observação de anomalias na experiência KARMEN pode ser explicada através da presença de neutrinos massivos?

Tentaremos achar meios de responder algumas das questões acima.

Esta tese se divide em quatro capítulos. No Capítulo 1 trataremos da geração de massa fermiônicas em teorias de gauge. Descreveremos a geração de massas para os quarks e também em que contexto poderemos gerar massa ( de Dirac ou Majorana) para os neutrinos.

No Capítulo 2 descreveremos como são obtidos os limites experimentais para as massas dos neutrinos. Enfatizaremos a dependência deste limite com o modelo teórico usado. Discutiremos como a oscilação de neutrinos pode ser testada em experiências fora de aceleradores, tais como as experiências de neutrinos solares e atmosféricos. Descreveremos também como vínculos astrofísicos e cosmológicos fornecem limites sobre as massas e tempos de vida dos neutrinos.

No Capítulo 3 discutiremos os vínculos impostos por medidas experimentais recentes aos parâmetros livres que aparecem num modelo que apresenta uma mistura, análoga à dos quarks, para três gerações de neutrinos, assumindo uma hierarquia entre suas massas. É conhecido que é possível gerar este padrão de mistura e de massas em certas extensões do MP, mas estaremos aqui interessados apenas em explorar a fenomenologia, sem nos preocupar como foram gerados estas massas e ângulos de mistura. Compararemos os nossos resultados com os limites mais recentes vindos da procura direta de massas de neutrinos, em que é assumida a hipótese de um autoestado de massa dominante.

No Capítulo 4, discutiremos uma extensão simples do MP, a adição de um neutrino de mão direita. O espectro de massas de neutrinos será analisado e suas conseqüências para a fenomenologia discutida. Utilizaremos a largura invisível do  $Z^0$  para vincular o espaço de parâmetros livres deste modelo.

Por último, na conclusão, iremos fazer um balanço dos nossos resultados e apresentar algumas possibilidades de estudos posteriores.

## Capítulo I

### Geração de massas fermiônicas em teorias de gauge

Ao longo deste capítulo, apresentaremos a geração de massa de quarks, o conceito de mistura relacionando os autoestados de interação e de massa e a matriz de mistura de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa nas correntes carregadas no MP. Em seguida discutiremos a geração de massa de neutrinos, não importando qual a física nova que a gerou. Descreveremos os tipos de massas que os neutrinos podem ter: de Dirac e de Majorana. Enfatizaremos a relação do tipo de massa do neutrino com a possível física nova que exista além do MP. As misturas no setor leptônico, em analogia com o que ocorre nos quarks, e sua relação com a determinação dos limites sobre as massas dos neutrinos serão discutidas.

O MP [1] é uma teoria de gauge quiral, invariante sob a simetria  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ , que através do mecanismo de quebra espontânea de simetria, gera as massas dos férmions e dos bósons. As massas de quaisquer férmions e escalares do modelo não são previstas, ao contrário dos bósons vetoriais cuja massas são fixadas pela teoria.

A geração de massa dos férmions provém de sua interação com a partícula de Higgs, através dos acoplamentos de Yukawa. No MP é necessário apenas um dublete de escalares de Higgs,

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}. \quad (\text{I.1})$$

Definiremos os campos de mão esquerda (*left*) por  $\Psi_L \equiv \frac{(1-\gamma_5)}{2} \Psi$  e os campos de mão

direita (*right*) por  $\Psi_R \equiv \frac{(1+\gamma_5)}{2} \Psi$ . Usaremos a notação de Bjorken e Drell (veja Apêndice A) [2].

Podemos definir para os férmions em geral os campos conjugados de carga  $(\Psi_L)^c$  como,

$$(\Psi_L)^c \equiv C \overline{\Psi_L}^T, \quad (\text{I.2})$$

em que  $C$  é a matriz de conjugação de carga. Os campos conjugados de carga dos férmions de mão esquerda,  $(\Psi_L)^c$ , são, pelas propriedades de  $C$ , iguais aos campos de mão direita de férmions conjugados de carga,  $(\Psi^c)_R$ . Portanto  $(\Psi_L)^c$  são campos de mão direita. Por simplicidade, escreveremos  $(\Psi_L)^c$  como  $\Psi_L^c$ . Note que a ordem das operações é importante: conjugação de carga e projeção de helicidade não comutam.

## I.1 Geração de massa de quarks

A geração de massa dos quarks, como já mencionadô, provém da interação dos quarks com o bóson de Higgs. Apenas apresentaremos os termos da Lagrangiana do MP que são importantes para a geração de massa dos férmions.

O termo da interação dos quarks e do campo escalar de Higgs,  $\mathcal{L}^{q\phi}$ , é

$$\mathcal{L}^{q\phi} = -\overline{Q}_{iL} \Gamma_{ij}^d D'_{jR} \phi - \overline{Q}_{iL} \Gamma_{ij}^u U'_{jR} \tilde{\phi} + c.c., \quad (\text{I.3})$$

no qual  $Q_{iL} = \begin{pmatrix} U'_i \\ D'_i \end{pmatrix}_L$ ,  $U'_{iL} = (u', c', t')_L$ ,  $D'_{iL} = (d', s', b')_L$  são os campos de mão esquerda e  $U'_{iR} = (u', c', t')_R$ ,  $D'_{iR} = (d', s', b')_R$  são os campos de mão direita;  $\Gamma^{d(u)}$ , chamadas de acoplamentos de Yukawa, são matrizes complexas, arbitrárias, de dimensão  $3 \times 3$  (número de sabores),  $\tilde{\phi}$  é definido como  $\tilde{\phi} \equiv i\tau_2 \phi^*$ , em que  $\tau_2$  é a matriz de Pauli (veja Apêndice A). O campo  $\tilde{\phi}$  está na representação antidubleto.

Devido à arbitrariedade dos acoplamentos de Yukawa temos que a massa dos quarks não é predita pela teoria. Os quarks do tipo  $u$  e  $d$  distinguem-se pela componente do isospin, ou, equivalentemente, pela sua posição no dubleto.

Após a quebra espontânea de simetria podemos colocar (no gauge unitário)

$$\phi(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H^0(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (\text{I.4})$$

no qual  $H^0(x)$  é um campo escalar físico, neutro, chamado de campo de Higgs e  $v$  é o valor esperado no vácuo do campo  $\phi^0$ .

A Eq.(I.3) é reescrita usando a Eq.(I.4) como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{q\phi} = & - \bar{D}'_{iL} \left( \frac{v}{\sqrt{2}} \Gamma_{ij}^d \right) D'_{jR} - \bar{D}'_{iL} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \Gamma_{ij}^d \right) D'_{jR} H^0 \\ & - \bar{U}'_{iL} \left( \frac{v}{\sqrt{2}} \Gamma_{ij}^u \right) U'_{jR} - \bar{U}'_{iL} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \Gamma_{ij}^u \right) U'_{jR} \tilde{H} + c.c.. \end{aligned} \quad (\text{I.5})$$

A matriz  $\mathcal{M}^{d(u)}$  definida por  $\mathcal{M}^{d(u)} = \frac{v}{\sqrt{2}} \Gamma^{d(u)}$  é a matriz não diagonal de massa dos respectivos quarks. Ou seja quando diagonalizarmos esta matriz obteremos as massas físicas dos quarks. Esta matriz arbitrária complexa,  $\mathcal{M}^{d(u)}$ , pode ser diagonalizada por uma transformação biunitária [3]:

$$\frac{v}{\sqrt{2}} \Gamma^{d(u)} = \mathcal{V}_L^{d(u)} m^{d(u)} \mathcal{V}_R^{d(u)\dagger}, \quad (\text{I.6})$$

que é válida se os autovalores da matriz  $\mathcal{M}^{d(u)}$  são não degenerados. Aqui temos que  $\mathcal{V}_L^{d(u)}$  e  $\mathcal{V}_R^{d(u)}$  são matrizes unitárias  $3 \times 3$ ;  $m_{ik}^{d(u)} = m_i^{d(u)} \delta_{ik}$ , em que os autovalores desta matriz são  $m_i^u = (m_u, m_c, m_t)$  e  $m_i^d = (m_d, m_s, m_b)$  e  $m_i$  é a massa do quark  $i$ . Caso algum autovalor da matriz seja negativo, podemos redefinir os autoestados por uma transformação quiral:  $\Psi \rightarrow \Psi' = \gamma_5 \Psi$  e trocar o sinal do termo de massa.

Substituindo a Eq.(I.6) na Eq.(I.5), obtemos que

$$\mathcal{L}^{q\phi} = - \sum_i m_i^u \bar{U}_{iL} U_{iR} - \sum_i \left( \frac{m_i^u}{v} \right) \bar{U}_{iL} U_{iR} H^0 - \sum_i m_i^d \bar{D}_{iL} D_{iR} - \sum_i \left( \frac{m_i^d}{v} \right) \bar{D}_{iL} D_{iR} H^0 + c.c., \quad (\text{I.7})$$

no qual redefinimos os campos dos quarks do tipo  $d$ ,

$$D'_{L,R} = \begin{pmatrix} d'_{L,R} \\ s'_{L,R} \\ b'_{L,R} \end{pmatrix} = \mathcal{V}_{L,R}^d D_{L,R}, \quad (\text{I.8})$$

e os dos quarks do tipo  $u$ ,

$$U'_{L,R} = \begin{pmatrix} u'_{L,R} \\ c'_{L,R} \\ t'_{L,R} \end{pmatrix} = \mathcal{V}_{L,R}^u U_{L,R}, \quad (\text{I.9})$$

em que

$$D_{L,R} \equiv \begin{pmatrix} d_{L,R} \\ s_{L,R} \\ b_{L,R} \end{pmatrix} \quad U_{L,R} \equiv \begin{pmatrix} u_{L,R} \\ c_{L,R} \\ t_{L,R} \end{pmatrix}. \quad (\text{I.10})$$

O primeiro e o terceiro termos na Eq.(I.7) são os termos de massa dos quarks e o segundo e quarto termos são os acoplamentos dos quarks com o campo de Higgs físico  $H^0(x)$ . Ambos termos são diagonais no espaço de sabores.

As Eqs.(I.8,I.9) relacionam as componentes L(R) dos campos  $u'_{L,R}$  ( $d'_{L,R}$ ), *autoestados de interação*, com as componentes L(R) dos campos de quarks com massas bem definidas  $u_{L,R}$  ( $d_{L,R}$ ), *os autoestados de massa*, através de transformações unitárias,  $\mathcal{V}_{L,R}^{d(u)}$ .

Estas equações evidenciam o conceito de mistura. Por exemplo, um determinado autoestado de interação  $d'_L$  é uma combinação linear de autoestados de massa, em que a matriz  $\mathcal{V}_L^d$  é a transformação que conecta os dois autoestados. Como estamos interessados em trabalhar com estados de partículas que tenham massas bem definidas, iremos reescrever todos os termos da Lagrangiana em termos dos autoestados de massa. Por exemplo, a corrente acoplada ao bóson carregado  $W$ ,  $j_\alpha^W$ , escrita em termos dos autoestados de interação é dada por

$$j_\alpha^W = \bar{u}'_L \gamma_\alpha d'_L + \bar{c}'_L \gamma_\alpha s'_L + \bar{t}'_L \gamma_\alpha b'_L + c.c.. \quad (\text{I.11})$$

Reescrevendo os autoestados de interação em termos dos autoestados de massa, obtemos que

$$j_\alpha^W = \bar{u}_L \gamma_\alpha d_L^{CKM} + \bar{c}_L \gamma_\alpha s_L^{CKM} + \bar{t}_L \gamma_\alpha b_L^{CKM} + c.c., \quad (I.12)$$

no qual

$$d_L^{CKM} = \sum_{q=d,s,b} V_{uq} q_L, \quad s_L^{CKM} = \sum_{q=d,s,b} V_{cq} q_L, \quad b_L^{CKM} = \sum_{q=d,s,b} V_{tq} q_L, \quad (I.13)$$

e  $V = \mathcal{V}_L^{u\dagger} \mathcal{V}_L^d$  é uma matriz unitária. Pode se mostrar que a corrente neutra é diagonal nos autoestados de massa dos quarks devido à unitariedade das matrizes  $\mathcal{V}_L^{u(d)}$ . Esta propriedade é chamada de mecanismo *GIM* (o nome vem das iniciais de Glashow-Iliopoulos-Maiani) [4], que corresponde à ausência de correntes neutras que troquem de sabor (chamadas *FCNC*, *Flavor Changing Neutral Currents*). Efeitos de correções radiativas podem induzir *FCNC* em ordens superiores da teoria de perturbação. Foi mostrado, que no limite em que os quarks tem massa muito menor do que a do bóson carregado, as *FCNC* são suprimidas [5]. Entretanto devido da massa do top medida pela Colaboração *CDF* [6] ser maior do que a do bóson carregado, existem efeitos de *FCNC*'s em ordens superiores [7].

A matriz  $V$  denominada matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa [8, 9], é a única evidência da diagonalização da matriz de massa em toda a Lagrangiana do MP. Como apenas o produto  $\mathcal{V}_L^{u\dagger} \mathcal{V}_L^d$  aparece, usualmente se toma a matriz  $\mathcal{V}_L^u$  como uma matriz unidade. Isto equivale a dizer que a matriz  $\Gamma^u$  é diagonal. As massas dos quarks e a matriz de mistura  $V$  dependem então da estrutura da matriz  $\Gamma^d$ . As massas dos quarks não são medidas diretamente, devido ao confinamento dos quarks, mas tem influência nas propriedades dos hádrons e dos mésons. Note que as matrizes  $\mathcal{V}_R^{u(d)}$  tampouco são relevantes. Em outros modelos não é necessariamente válida esta afirmativa.

Em geral uma matriz unitária, de dimensão  $n \times n$  é caracterizada por  $n^2$  parâmetros reais:  $\frac{1}{2}(n(n-1))$  ângulos e  $\frac{1}{2}n(n+1)$  fases. Sempre podemos redefinir os campos de quarks por transformações globais e absorver as fases espúrias. Pode-se mostrar que o número de fases independentes é  $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$ . No caso de três gerações de quarks temos que a

matriz de mistura pode ser parametrizada por três ângulos e uma fase. Esta fase, sendo não nula, indica uma violação da simetria de Conjugação de Carga e Paridade (*CP*, ou seja *Charge Conjugation and Parity*) no MP.

Existem várias parametrizações possíveis da matriz de mistura, que têm as mesmas propriedades de uma matriz de rotação. A liberdade com que podemos escolher diferentes convenções de ângulos implica na não unicidade da matriz de mistura. Todavia as propriedades físicas não dependem desta escolha. Por exemplo, o *Particle Data Group* (*PDG*) [10], adota a forma abaixo

$$\begin{pmatrix} c_{\theta}c_{\beta} & s_{\theta}c_{\beta} & s_{\beta}e^{-i\delta} \\ -s_{\theta}c_{\gamma} - c_{\theta}s_{\gamma}s_{\beta}e^{-i\delta} & c_{\theta}c_{\gamma} - s_{\theta}s_{\gamma}s_{\beta}e^{-i\delta} & s_{\gamma}c_{\beta} \\ s_{\theta}s_{\gamma} - c_{\theta}c_{\gamma}s_{\beta}e^{-i\delta} & -c_{\theta}s_{\gamma} - s_{\theta}c_{\gamma}s_{\beta}e^{-i\delta} & c_{\gamma}c_{\beta} \end{pmatrix}, \quad (\text{I.14})$$

na qual usamos a notação usual  $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ ,  $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ , com  $i$  e  $j$  sendo os índices de geração  $i, j = 1, 2, 3$ , e fizemos a substituição  $c_{12} \rightarrow c_{\theta}$ ,  $c_{13} \rightarrow c_{\beta}$  e  $c_{23} \rightarrow c_{\gamma}$ . Esta parametrização foi proposta por Chau e Keung [11]. Os elementos desta matriz são determinados em decaimentos semileptônicos e em outros processos [10].

## I.2 Geração de massa de neutrinos

A idéia do neutrino, uma partícula neutra, de spin  $1/2$  e de massa pequena ou zero, foi necessária para explicar o espectro contínuo do decaimento beta que não era possível ser compreendido apenas com as partículas conhecidas na época.

Quando o MP foi proposto, não existia nenhuma evidência de uma massa não nula para os neutrinos. Por este motivo, ao contrário dos quarks, não foi acrescentado nenhum campo de mão direita para os neutrinos, pois se este fosse adicionado eles seriam massivos de maneira análoga aos quarks. O princípio de invariância de gauge não permite um termo de massa para os fótons, mas não existe nenhuma simetria fundamental que estabeleça que os neutrinos sejam não massivos. Os neutrinos são não massivos, por hipótese, neste modelo.

Vários modelos podem dar origem a termos de massa para neutrinos. Estes podem vir:

- a. de modelos de grande unificação baseados em grupos com simetria maior, como  $SU(5)$  [12];
- b. de modelos baseados em grupos de simetria maior, como  $SU(3)_L \otimes U(1)_N$  [13];
- c. do aumento do setor de Higgs (mas mantendo a simetria do MP);
- d. da adição de neutrinos de mão direita [14];
- e. de inclusão de mais gerações de léptons seqüenciais.

Não é nossa preocupação discutirmos a origem dos termos de massa. Vamos nos limitar a descrever a fenomenologia dos diferentes tipos de termos de massa.

Discutiremos agora a possível natureza das massas dos neutrinos. Em geral os férmions podem ser de dois tipos: de Dirac e de Majorana [15, 16]. As partículas de Majorana satisfazem a chamada condição de Majorana, o campo fermiônico  $\Psi$  é igual ao campo conjugado de carga  $\Psi^c$ . Os férmions carregados somente podem ser férmions de Dirac. Os férmions neutros podem ser de Dirac ou de Majorana. Exemplo de férmions de Dirac são os quarks e os léptons carregados. Não conhecemos atualmente nenhum férmion de Majorana.

Qualquer número quântico aditivo (no qual a carga elétrica é um caso especial) não é conservado devido à condição de Majorana. Se transformamos  $\Psi \rightarrow \Psi' = e^{i\alpha}\Psi$  (no qual  $\alpha$  é o número quântico aditivo), o campo conjugado se transforma por

$$\Psi^c \rightarrow (\Psi^c)' = (C\bar{\Psi}^T)' = C(\bar{\Psi}')^T = e^{-i\alpha}\Psi^c.$$

Para os campos que satisfazem a condição de Majorana, a transformação acima só é válida se o parâmetro  $\alpha$  for nulo. Por isso, um férmion de Majorana tem todos os números quânticos aditivos nulos. Os neutrinos são o único exemplo conhecido de férmions elementares neutros, por isto apenas os neutrinos podem ser, em princípio, férmions de Majorana. Nas teorias de grande unificação são previstas várias novas partículas de Majorana, como poderia ser o caso dos neutrinos.

Podemos escrever o termo mais geral para a massa dos neutrinos como [3, 17],

$$\mathcal{L}^\nu = -\frac{1}{2}(\nu_L)^c M_L^M \nu_L - \frac{1}{2}\bar{\nu}_R M_R^M (\nu_R)^c - \bar{\nu}_R M^D \nu_L + c.c., \quad (\text{I.15})$$

em que  $M_L^M$ ,  $M_R^M$  e  $M^D$  são em geral matrizes complexas de dimensão  $n \times n$ ,  $m \times m$  e  $m \times n$  respectivamente, em que  $n$  é o número de neutrinos de mão esquerda e  $m$  é o número de neutrinos de mão direita. Não existe nenhum motivo para que  $n$  e  $m$  sejam iguais para os neutrinos.

No setor dos quarks, a fenomenologia dos hádrons nos impõe que todos os quarks tenham massas não nulas. Em ordem zero da teoria de perturbação, teremos para os quarks, que  $|n-m|$  estados não massivos [18, 19]. Para compatibilizar com a fenomenologia dos hádrons devemos ter o número de quarks de mão esquerda e o de mão direita iguais. No caso dos neutrinos não sabemos, *a priori*, se os neutrinos tem massa ou não, portanto é permitido que o número de neutrinos de mão esquerda,  $n$ , seja diferente dos de mão direita,  $m$ . Os campos  $\nu_L^c$  ( $\nu_R^c$ ) são respectivamente campos de mão direita (esquerda).

Os dois primeiros termos da Eq.(I.15) são chamados de Majorana. O último corresponde a um termo de Dirac. Esta denominação vem do fato que dependendo de quais termos estão presentes, os neutrinos podem ser férmions de Majorana ou de Dirac.

Reescrevendo a Eq.(I.15) em termos dos campos  $f$  e  $F$ , definidos por [20]

$$f = \frac{\nu_L + \nu_L^c}{\sqrt{2}} \text{ e } F = \frac{\nu_R + \nu_R^c}{\sqrt{2}}, \quad (\text{I.16})$$

obtemos que

$$\mathcal{L}^\nu = -\bar{f} M_L^M f - \bar{F} M_R^M F - \bar{f} M^D F - \bar{F} (M^D)^T f. \quad (\text{I.17})$$

Ou numa forma matricial,

$$\mathcal{L}^\nu = -(\bar{f} \ \bar{F}) \begin{pmatrix} M_L^M & M^D \\ (M^D)^T & M_R^M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f \\ F \end{pmatrix}. \quad (\text{I.18})$$

Os campos  $f$  e  $F$  são por definição de Majorana, mas não são autoestados de massa. A nova matriz dada na equação acima tem dimensão  $(n + m) \times (n + m)$ .

Se  $M_{L(R)}^M = 0$  e  $M^D \neq 0$ , estamos exatamente como no caso dos quarks. Necessitamos que os neutrinos tenham campos de mão esquerda e de mão direita. Neste caso, os neutrinos serão partículas de Dirac.

Quando temos  $m$  neutrinos de mão direita e  $n$  de mão esquerda, teremos em primeira ordem em teoria de perturbação  $|n - m|$  neutrinos não massivos e  $\min(n, m)$  neutrinos de Dirac massivos [18, 19]. O caso especial  $n = m$  é idêntico aos quarks.

Da mesma forma que nos quarks, a matriz  $M_D$  é diagonalizada por uma transformação biunitária. Após diagonalizar a matriz  $M^D$ , obtemos que

$$\mathcal{L}_D^\nu = - \sum_i m_i \bar{\eta}_{iL} \eta_i, \quad (\text{I.19})$$

em que o índice vai de  $i = |n - m|$  a  $n + m$ . Os autoestados massivos se relacionam por uma transformação unitária dada por  $\nu_{iL} = \sum_j U_{ij} \eta_{jL}$  [19].

Devido ao fato de que só os autoestados de massa,  $\eta_{iL}$ , são autoestados da Hamiltoniana do MP, estes têm uma evolução dinâmica bem definida. Em algum instante posterior, podemos ter um estado que originalmente só é composto de um determinado sabor, eletrônico por exemplo, transformado no sabor muônico. O número leptônico de uma família não é conservado. Lembramos que fenomenologicamente um determinado sabor de neutrino é associado à respectiva produção do lépton do mesmo sabor. Por exemplo, a reação

$$\nu_e + X \rightarrow e + Y, \quad (\text{I.20})$$

indica que o neutrino do estado inicial é do sabor eletrônico,  $\nu_e$ .

Não são permitidas transições entre partícula e antipartícula, por não obedecerem a condição de Majorana. Assim o número leptônico total é conservado.

A corrente acoplada dos neutrinos ao bóson carregado  $W$  é dada por

$$j_W^\mu = \overline{(e \ \mu \ \tau)}_L \gamma^\mu U_L \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}_L, \quad (\text{I.21})$$

em que  $U_L$  é o equivalente no setor leptônico da matriz de CKM, assumindo que não há mistura no setor dos léptons carregados.

Como mencionado, teremos  $|n - m|$  autoestados de massa nula. Por isto, ao contrário dos quarks em que todas as massas são não nulas, teremos uma liberdade adicional de fazer rotações no subespaço dos autoestados de massa nula. Portanto o número de ângulos e fases independentes é menor do que no caso dos quarks. Temos para  $n > m$ ,

$$\frac{1}{2} (n(n - 1) - (n - m)(n - m - 1)) \quad (\text{I.22})$$

ângulos e

$$1 + n(m - 1) - \frac{m(m + 1)}{2} \quad (\text{I.23})$$

fases [21, 22].

No caso de  $M_R^M = M^D = 0$  e  $M_L^M \neq 0$ , estamos com apenas um termo de Majorana. Não é necessário termos campos de mão direita para este tipo de massa ser possível. Este termo não conserva número leptônico. A matriz  $M_L^M$  é em geral arbitrária, complexa, mas como qualquer contribuição anti-simétrica ao primeiro termo da Eq.(I.17) se anula, a matriz sempre pode ser feita simétrica.

Uma matriz complexa simétrica qualquer,  $M_L^M$ , pode ser diagonalizada por uma transformação

$$M_L^M = (U^\dagger)^T m U^\dagger, \quad (\text{I.24})$$

em que  $U^\dagger U = 1$ ,  $m_{ik} = m_i \delta_{ik}$  é uma matriz diagonal. Os autovalores  $m_i$  devem ser não degenerados.

Substituindo esta última equação na Eq.(I.15), com as condições  $M_R^M = M^D = 0$ , obtemos que

$$\mathcal{L}_M^\nu = -\frac{1}{2}\overline{\eta_L^c}m\eta_L - \frac{1}{2}\overline{\eta_L}m\eta_L^c + c.c., \quad (I.25)$$

na qual

$$\eta_L = U^\dagger \nu_L \quad \text{e} \quad \eta_L^c = C\overline{\eta_L^T}. \quad (I.26)$$

Os autoestados de massa são  $\eta_L$  e  $C$  é a matriz de conjugação de carga.

Podemos reescrever a Eq.(I.25), usando a definição

$$\chi \equiv \eta_L + \eta_L^c = U^\dagger \nu_L + (U^\dagger \nu_L)^c = \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \\ \chi_3 \end{pmatrix}, \quad (I.27)$$

no qual o campo  $\chi$  satisfaz a condição

$$\chi^c = \chi, \quad (I.28)$$

e  $\nu_L$  são os autoestados de interação.

A Eq.(I.25) se transforma em

$$\mathcal{L}^M = -\frac{1}{2}\overline{\chi}m\chi, \quad (I.29)$$

portanto  $\chi$  é um estado de Majorana com massa bem definida. Os autoestados de interação  $\nu_L$  são uma combinação linear de campos de Majorana  $\chi$ .

Devido à condição de Majorana, o número de graus de liberdade de um férmion massivo de Majorana é a metade de um férmion massivo de Dirac. Se  $n > m$ , podemos prever que teremos  $n - m$  autoestados não massivos e  $2m$  neutrinos de Majorana [18, 19]. Se  $n < m$ , em general teremos todos os neutrinos de Majorana massivos [17]. A matriz de mistura  $U$  tem, devido à condição de Majorana, um número maior de parâmetros independentes do que a matriz de mistura de Dirac: são  $n(n + 2m - 1)$  ângulos e  $\frac{1}{2}n(n + 2m - 1)$  fases [23].

Quando  $M_L^M = M_R^M \neq 0$  e  $M^D = 0$ , a única diferença do caso anterior é que as componentes de mão direita dos neutrinos,  $\nu_R$ , também se relacionam com os autoestados de massa por uma transformação análoga à Eq.(I.26) com a mesma matriz unitária  $U$ .

No caso mais geral, teremos todas as matrizes de massa:  $M_{L(R)}^M$  e  $M^D$  não nulas e os neutrinos terão massa de Majorana.

As massas dos neutrinos e a matriz de mistura (que conecta os autoestados de interação com os de massa) são determinadas pelas matrizes de massa. Um tripleto de Higgs adicionado ao MP, por exemplo, gerará massas para os neutrinos. Quando diagonalizarmos a matriz de massa, teremos que as massas e os ângulos de mistura irão depender dos valores esperados do vácuo dos Higgs físicos do tripleto, bem como de acoplamentos de Yukawa dos Higgs com os neutrinos. As massas e os ângulos não serão independentes entre si e esta relação dependerá do modelo particular.

As matrizes de mistura são em gerais complexas e unitárias. No caso de considerarmos que a simetria  $CP$  é conservada, teremos mais restrições à matriz de mistura de neutrinos.

No caso da invariância  $CP$  ser válida, o único termo da Lagrangiana do MP que impõe vínculos é o termo de massa de Majorana dos neutrinos. Pode-se mostrar que para este termo ser invariante, a matriz de massa deve ser hermitiana, isto é  $M_M^\dagger = M_M$ . Como esta matriz é simétrica, resulta que a matriz  $M$  é real. Neste caso os autovalores de uma matriz real e simétrica podem ser positivos ou negativos. A matriz  $M$  é diagonalizada por uma transformação ortogonal

$$M = Om'O^T. \quad (\text{I.30})$$

Compare com a Eq.(I.24). A matriz  $m'$ , diagonal é dada por

$$m'_k = m_k \rho_k, \quad (\text{I.31})$$

em que  $m_k = |m'_k|$  e  $\rho_k = \pm 1$ .

O campo  $\chi$  definido na Eq.(I.27), tem uma paridade  $CP$ ,  $\eta_{CP}$ , bem definida,

$$U_{CP} \chi_L U_{CP}^{-1} = \eta_{CP} \gamma_0 C \bar{\chi}_L^T, \quad (\text{I.32})$$

que é dada por  $\eta_{CP}(\chi_k) = \rho_k$  (veja Apêndice A). Portanto o campo de Majorana com autovalor negativo terá paridade oposta à do com autovalor positivo.

## Capítulo II

### Líquidos experimentais das massas de neutrinos

Existem duas situações não triviais para os neutrinos podem surgir em diferenças concretas. Existem basicamente dois tipos de experiências que se propõem a investigar a questão:

- aquelas que buscam colocar um limite teórico na massa de um determinado tipo de neutrino; por exemplo, o  $\nu_e$  no decaimento de  $\tau \rightarrow \nu_e \gamma$ ,
- aquelas que buscam alongar a largueza de oscilação e medir assim diferenças de massas entre dois autoestados de neutrinos.

#### Esses efeitos refletem a composição da mistura de neutrinos

Podemos produzir sinais de neutrinos sem massa em experiências de física em aceleradores e fótons de aceleradores. Na primeira caso, em geral, são realizados experimentos dependentes de raios e betas para medir limites na massa de um determinado estado de neutrino; isso é feito através da identificação que um determinado momento das propriedades dos neutrinos. Isso também pode ser feito na via inversa para os aceleradores (colideres) e em alguns casos em fontes naturais. A identificação dos autoestados de neutrinos pode ser feita através de experimentos de oscilação de neutrinos. A identificação dos autoestados de neutrinos pode ser feita através de experimentos de oscilação de neutrinos. A identificação dos autoestados de neutrinos pode ser feita através de experimentos de oscilação de neutrinos. No segundo caso, tentamos as condições experimentais para o estudo de propriedades

## Capítulo II

### Limites experimentais das massas de neutrinos

Evidências de uma massa não nula para os neutrinos podem surgir em diferentes contextos. Existem basicamente dois tipos de experiências que se propõem a investigar a questão:

- a. aquelas que buscam colocar um limite direto na massa de um determinado tipo de neutrino, por exemplo, o  $\nu_\tau$  no decaimento de  $\tau \rightarrow 5\pi\nu_\tau$ ,
- b. aquelas que buscam observar o fenômeno de oscilação e medir assim diferenças de massas entre dois autoestados de neutrinos.

Este último efeito é consequência da mistura de neutrinos.

Podemos procurar sinais de neutrinos com massa em experiências de física em aceleradores e fora de aceleradores. No primeiro caso, em geral, são estudados decaimentos leptônicos de quarks e léptons para impor limites na massa de um determinado sabor de neutrino. Estes limites provém de experiências que não são específicas ao estudo das propriedades dos neutrinos. Estas medidas são feitas na sua maior parte em colisionadores (*colliders*) e em alguns casos em fábricas (*factories*). As fábricas são colisionadores otimizados para produzir uma determinada partícula. Cito como colisionadores: o TEVATRON ( $p^+p^-$ ), o HERA ( $e^-p^+$ ) e como fábricas, o LEP ( $e^+e^- \rightarrow Z^0$ ) e o BEPC ( $e^+e^- \rightarrow J/\Psi$ ) (veja Apêndice B). No segundo caso, tratam-se de experiências específicas para o estudo de propriedades

dos neutrinos. Entre estas cito, os experimentos de neutrinos solares, os de neutrinos atmosféricos e as experiências de “beam-dump”. Estas últimas são produtos secundários de aceleradores. Nesta classe de física fora de aceleradores, estão incluídos também os chamados vínculos cosmológicos e astrofísicos, que provém de dados de nucleossíntese e da evolução estelar.

## II.1 Experiências em aceleradores

Na Tabela (II.1) são dados os limites experimentais para as massas dos neutrinos do elétron,  $\nu_e$ , e do múon,  $\nu_\mu$ , e na Tabela (II.2) para o neutrino do tau,  $\nu_\tau$ . Estes limites se baseiam no pressuposto de que cada experiência, apenas é sensível a um neutrino massivo (autoestado de massa), que é a componente predominante de um sabor. Por exemplo, os limites sobre o  $\nu_e$  provém em sua maior parte da análise do espectro do elétron no decaimento beta do trítio:



no qual assume-se que o neutrino do elétron é composto de apenas um autoestado massivo dominante.

### II.1.1 Limites do neutrino do elétron e do múon

Os limites experimentais vindos da procura direta de sinais de uma massa para o neutrino do elétron (bem como a dos outros sabores) usam a hipótese de que apenas um neutrino massivo é dominante. Se o autoestado de interação,  $\nu_e$ , é uma combinação linear de autoestados de massa,  $\nu_i$ , dada por  $\nu_e = \sum_i V_{ei}\nu_i$ , com a hipótese de predominância de um estado massivo, digamos  $i=1$ . então  $\nu_e \simeq V_{e1}\nu_1$ . Além disso, é assumido uma hierarquia dos elementos da matriz  $V$ . No caso, o elemento diagonal,  $V_{e1}$ , é muito maior do que os não diagonais,  $V_{ei}, i \neq 1$ :  $V_{e1} \gg V_{e2}, V_{e3}$ . Portanto,  $\nu_e \simeq \nu_1$ . As contribuições dos outros autoestados massivos não são consideradas tão importantes.

O decaimento beta do trítio coloca os mais restritivos limites experimentais para a massa do neutrino do elétron. A invariância sobre a simetria  $CPT$  (invariância sobre a

transformação conjunta da Conjugação de Carga, Paridade e Reversão Temporal) assegura que as massas das antipartículas são iguais às das partículas. Portanto, os limites que são obtidos para o antineutrino do elétron,  $\bar{\nu}_e$ , são válidos para o neutrino do elétron. A reação dada na Eq.(II.1) é a mais usada pois o espectro possui o menor espaço de fase dentre os decaimentos beta.

Quando a transição é dita superpermitida, isto é, transições entre dois átomos com o mesmo spin e mesma paridade, simbolizada por  $0^+ \rightarrow 0^+$ , o espectro do elétron no estado final é dado, supondo um neutrino massivo, por

$$\frac{dN}{dT} = K p E (Q - T) \sqrt{(Q - T)^2 - m_{\nu_e}^2} F(E), \quad (\text{II.2})$$

no qual temos que  $p$  e  $E = m_e + T$  são o momento e a energia do elétron,  $Q$  é o limiar de energia, que depende só da diferença de massa entre os átomos inicial e final (no decaimento do trítio  $Q \simeq 18.6$  keV),  $F(E)$  é a função de Fermi (que leva em conta a interação coulumbiana do trítio com o elétron),  $m_{\nu_e}$  é a massa do neutrino e  $K$  é uma constante. Observe que a dependência com a massa do neutrino é quadrática. O espectro descrito pela equação acima tem um ponto final (*end point*), isto é, um valor máximo possível para o momento do elétron que é dado por  $T_{max} = Q - m_{\nu_e}$ .

A Eq.(II.2) foi obtida usando funções de onda de quarks livres. Quando temos transições superpermitidas temos que a alteração da função de onda não é significativa, e podemos usar esta equação para descrever os decaimentos beta de átomos como o trítio.

Os limites são obtidos de um ajuste do espectro experimental em termos do limiar,  $Q$ , da massa quadrática do neutrino do elétron,  $m_{\nu_e}^2$ , e de outros parâmetros que levam em conta os erros experimentais.

Apresentamos abaixo os valores obtidos por vários grupos:

Limite (95% <i>CL</i> )	Ano	Experimento
$m_{\nu_e} < 18 \text{ eV}/c^2$	1986	Zürich/SIN [24]
$m_{\nu_e} < 32 \text{ eV}/c^2$	1986	INS-Tokyo [25]
$17 \text{ eV}/c^2 < m_{\nu_e} < 40 \text{ eV}/c^2$	1987	ITEP [26]
$m_{\nu_e} < 27 \text{ eV}/c^2$	1987	Los Alamos [27]
$m_{\nu_e} < 9.3 \text{ eV}/c^2$	1991	Los Alamos [28]
$m_{\nu_e} < 13 \text{ eV}/c^2$	1991	INS [29]
$m_{\nu_e} < 12.4 \text{ eV}/c^2$	1992	CIAE [30]
$m_{\nu_e} < 11.0 \text{ eV}/c^2$	1992	Zürich [31]
$m_{\nu_e} < 7.2 \text{ eV}/c^2$	1993	Mainz [32]
$m_{\nu_e} < 4.35 \text{ eV}/c^2$	1995	INR-KIAE [33]
$m_{\nu_\mu} < 250 \text{ keV}/c^2$	1984	SIN [34]
$m_{\nu_\mu} < 270 \text{ keV}/c^2$	1991	PSI [35]
$m_{\nu_\mu} < 160 \text{ keV}/c^2$	1994	PSI [36]

Tabela II.1: Limites sobre as massas do  $\nu_e$  e do  $\nu_\mu$ .

A experiência ITEP (veja Tabela (II.1)) obteve também um limite inferior para a massa do neutrino do elétron. Este resultado não foi reproduzido por nenhum outro grupo. Várias críticas quando à subestimação de erros sistemáticos nesta experiência foram apontadas e o resultado não é considerado como um limite válido, sendo contraditório com outros resultados posteriormente obtidos.

Quando é ajustada a quantidade  $m_{\nu_e}^2$  o valor central obtido para  $m_{\nu_e}^2$  é negativo<sup>1</sup>, em todas as experiências. Do ponto de vista da estatística este resultado não apresenta problemas, mas do ponto de vista físico, esta solução não é aceitável. Todavia, existe um procedimento adotado pelo *PDG* (veja Página III.39 da Referência [37]), para a partir desta medida obter um limite para  $m_{\nu_e}$ . Basicamente consiste em calcular um limite superior para  $m_{\nu_e}^2$  a partir do valor do ajuste, com a condição de  $m_{\nu_e}^2 > 0$ . Assim são obtidos os

<sup>1</sup>Existem especulações que este fato poderia ser um sinal que o neutrino é uma partícula tachionica.

limites apresentados na Tabela (II.1).

Existem argumentos na literatura que o tratamento mais acurado da previsão teórica do espectro tende a minimizar o efeito do valor central negativo de  $m_{\nu_e}^2$  [38]. Fisicamente este efeito provém de um excesso de eventos observados perto do ponto final em relação à previsão teórica [33].

Gostaríamos de chamar a atenção para o seguinte fato. Da fórmula  $T_{max} = Q - m_{\nu_e}$ , temos que se o neutrino do elétron tem massa nula, o ponto final é  $T_{max}(m_{\nu_e} = 0) = Q$ . Para  $m_{\nu_e} \neq 0$ , o ponto final será deslocado para valores menores,  $T_{max} = Q - m_{\nu_e} < Q$ . No caso mais geral, sem a hipótese de dominância de um estado, o espectro do decaimento será então composto da soma dos espectros de cada um dos estados de neutrinos massivos com pontos finais diferentes.

O espectro dado na Eq.(II.2) em geral teria máximos que estariam diretamente relacionados com as massas dos neutrinos. O ponto final do espectro fornece em última análise apenas um limite sobre o estado mais leve.

O limite sobre a massa do neutrino do múon é obtido pela medida do momento do múon no decaimento leptônico do pión. Podemos relacionar a massa do neutrino do múon ( $m_{\nu_\mu}$ ) com o momento do múon ( $p_\mu$ ),

$$m_{\nu_\mu}^2 = m_\pi^2 + m_\mu^2 - 2m_\pi\sqrt{m_\mu^2 + p_\mu^2} \quad (\text{II.3})$$

no qual  $m_\pi$  e  $m_\mu$  são respectivamente as massas do pión e do múon. Da equação acima temos que dado o valor de  $p_\mu$ , obtemos o valor de  $m_{\nu_\mu}^2$ . Observe, como dito antes, que aqui também assume-se a hipótese de um autoestado de massa dominante.

Este decaimento somente coloca vínculos se o neutrino tiver uma massa dentro do limite cinemático:  $m_{\nu_\mu} \leq m_\pi - m_\mu$ . Se tiver uma massa superior ao lado direito da desigualdade acima nada pode ser afirmado.

Um dado de entrada na Eq.(II.3) é a massa do pión. Esta é obtida das transições dos átomos piônicos [39]. Recentemente revelou-se uma ambigüidade nestas medidas que resultaram em dois possíveis valores para a massa do pión, chamadas de soluções  $\mathcal{A}$  e  $\mathcal{B}$ . A solução  $\mathcal{B}$  ( $\mathcal{A}$ ) é (não é) compatível com medidas independentes da massa do pión, feitas

em decaimentos muônicos do pión, no qual assume-se que o neutrino do múon tem massa nula. Portanto as medidas de decaimentos muônicos são um limite inferior para a massa do pión [35]. A solução  $\mathcal{B}$  ( $\mathcal{A}$ ) tem como valores da massa quadrática da massa do neutrino do múon:  $m_{\nu_\mu}^2 = -0.148 \pm 0.024$  ( $-0.022 \pm 0.023$ )  $(\text{keV}/c^2)^2$ . A solução  $\mathcal{B}$  tem um valor central negativo que está a  $6.2 \sigma$  (desvios padrão) do valor físico mínimo, isto é, zero. Por isto foi descartado. Obtem-se o limite de  $m_{\nu_\mu} \leq 160 \text{ keV}/c^2$ , usando novas medidas do momento do múon com a solução  $\mathcal{A}$  [36].

### II.1.2 Limites sobre o neutrino do tau

O neutrino do tau tem um status diferente dos dois outros neutrinos, pois não foi observado diretamente, ao contrário do neutrino do elétron e do múon. Não foi possível obter até hoje um feixe de  $\nu_\tau$ , colidí-lo contra algum alvo nuclear e medir os  $\tau$ 's no estado final. A razão desta dificuldade é que o  $\tau$  tem um tempo de vida muito pequeno ( $10^{-13}\text{s}$ ), decaindo antes de conseguir formar um feixe.

Na Tabela (II.2) são colocados os limites vindos de vários decaimentos do tau. Note que as medidas mais antigas usavam decaimentos leptônicos, depois passou-se a usar os decaimentos hadrônicos com estados finais de multi-hádrons. Estes estados finais possuem um fator  $Q$  menor do que o dos decaimentos leptônicos, e por este motivo são preferidos aos outros decaimentos. De forma análoga ao que é realizado para obter o limite do  $\nu_e$  é escolhido, preferencialmente, o decaimento que fornecer o menor espaço de fase possível.

#### O decaimento $\tau^- \rightarrow 5\pi^\pm \nu_\tau$

Da Tabela (II.2), vemos que os mais recentes limites sobre a massa do decaimento do tau são em sistemas hadrônicos. Podemos representar estes decaimentos em geral por  $\tau \rightarrow X\nu_\tau$ , onde  $X$  é o sistema hadrônico.

Este decaimento pode ter a largura parcial descrita como um decaimento de dois corpos. No caso de um neutrinos massivo, a largura é dada por

$$\frac{d\Gamma}{dq^2} = \frac{G_\mu^2 V_{ud}^2}{8\pi m_\tau^3} \omega(q^2, m_\tau^2, m_{\nu_\tau}^2) \lambda^{\frac{1}{2}}(m_\tau^2, q^2, m_{\nu_\tau}^2) h(q^2), \quad (\text{II.4})$$

em que

$$w(q^2, m_\tau^2, m_{\nu_\tau}^2) = (m_\tau^2 - q^2)(m_\tau^2 + 2q^2) - m_{\nu_\tau}^2(2m_\tau^2 - q^2 - m_{\nu_\tau}^2), \quad (\text{II.5})$$

e  $\lambda$  é a função triangular

$$\lambda^{\frac{1}{2}}(m_\tau^2, q^2, m_{\nu_\tau}^2) = \left\{ \left\{ m_\tau^2 - [(q^2)^{\frac{1}{2}} + m_{\nu_\tau}]^2 \right\} \right. \\ \left. \times \left\{ m_\tau^2 - [(q^2)^{\frac{1}{2}} - m_{\nu_\tau}]^2 \right\} \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (\text{II.6})$$

no qual  $q$  é o momento transferido,  $V_{CKM}$  é o elemento da matriz de CKM dos quarks que depende do estado final,  $m_\tau$  e  $m_{\nu_\tau}$  são as massas do tau e do neutrino do tau,  $G_\mu$  é a constante de acoplamento do múon e  $h(q^2)$  é a contribuição da parte hadrônica. Do mesmo modo que nos limites do decaimento do elétron e do múon, não são colocados os fatores de mistura.

O espectro, Eq.(II.6) não é analisado em termos do momento transferido, mas em termos da massa invariante do sistema hadrônico. A massa invariante,  $M_X$ , é dada em termos do momento transferido por  $M_X = \sqrt{q^2}$ . O máximo valor possível de  $M_X$  em um dado decaimento é função da massa do neutrino (corresponde ao zero da função triangular),  $M_{X_{max}} = m_\tau - m_{\nu_\tau}$ . A medida do espectro próximo do seu valor máximo ( $M_X \simeq m_\tau$ ) fornece a maior sensibilidade à massa do neutrino. Dentre todos os decaimentos os que tem menor limiar, portanto menor energia disponível para o neutrino, são os mais sensíveis à massa. Por isso tem-se preferido os decaimentos hadrônicos com alta multiplicidade de hádrons.

O menor limite da massa do  $\nu_\tau$  estabelecido no *PDG* [37] foi obtido pela Colaboração ARGUS<sup>1</sup>.

Foram analisados nesta experiência eventos com uma energia no referencial do centro de massa de 9.4 a 10.6 GeV, a partir do espectro da massa invariante de eventos com 5 píons no estado final.

<sup>1</sup>Pode-se ver da Tabela (II.2) que existem atualmente outros limites menores do que o de ARGUS, mas quando este trabalho foi realizado, o de ARGUS era o mais restritivo. Como os mais recentes limites são baseados na mesma técnica de ARGUS (sistema multi-hadrônico), a discussão feita aqui também se aplica para outras experiências.

Experimento	ano	Decaimento	Limite (95% CL)
DELCO [40]	1979	$\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$	$< 250 \text{ MeV}/c^2$ <sup>a</sup>
MARK II [41]	1982	$\tau^- \rightarrow \pi^- \nu_\tau$	$< 250 \text{ MeV}/c^2$ <sup>a</sup>
MARK II [42]	1984	$\tau^- \rightarrow 3\pi^\pm \pi^0 \nu_\tau$	$< 164 \text{ MeV}/c^2$ <sup>b</sup>
DELCO [43]	1985	$\tau^- \rightarrow K^+ K^- \pi^- \nu_\tau$	$< 157 \text{ MeV}/c^2$ <sup>b</sup>
MARK II [44]	1985	$\tau^- \rightarrow 3\pi^\pm \pi^0 \nu_\tau$	$< 143 \text{ MeV}/c^2$ <sup>b</sup>
MARK II [45]	1985	$\tau^- \rightarrow 5\pi^\pm \nu_\tau$	$< 125 \text{ MeV}/c^2$ <sup>b</sup>
ARGUS [46]	1985	$\tau^- \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^- \nu_\tau$	$< 70 \text{ MeV}/c^2$ <sup>a</sup>
HRS [47]	1986	$\tau^- \rightarrow 5\pi^\pm \nu_\tau, 5\pi^\pm \pi^0 \nu_\tau$	$< 84 \text{ MeV}/c^2$ <sup>b</sup>
CLEO [48]	1987	$\tau^- \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^- \nu_\tau$	$< 85 \text{ MeV}/c^2$ <sup>a</sup>
HRS [49]	1987	$\tau^- \rightarrow 5\pi^\pm \nu_\tau, 5\pi^\pm \pi^0 \nu_\tau$	$< 76 \text{ MeV}/c^2$ <sup>b</sup>
ARGUS [50]	1988	$\tau^- \rightarrow 5\pi^\pm \nu_\tau$	$< 35 \text{ MeV}/c^2$ <sup>b</sup>
ARGUS [51]	1992	$\tau^- \rightarrow 5\pi^\pm \nu_\tau$	$< 31 \text{ MeV}/c^2$ <sup>b</sup>
CLEO [52]	1993	$\tau^- \rightarrow 3h^- 2h^+ \nu_\tau, 2h^- 2\pi^0 \nu_\tau$	$< 32.6 \text{ MeV}/c^2$ <sup>b</sup>
BES [53]	1994	$\tau^- \rightarrow K^+ K^- \pi^- \nu_\tau$	$< 29 \text{ MeV}/c^2$ <sup>b</sup>
OPAL [54]	1995	$\tau^- \rightarrow 5\pi^\pm \nu_\tau$	$< 96 \text{ MeV}/c^2$ <sup>c</sup>
ALEPH [55]	1995	$\tau^- \rightarrow 5\pi^\pm \nu_\tau, 5\pi^\pm \pi^0 \nu_\tau$	$< 24 \text{ MeV}/c^2$ <sup>c</sup>
OPAL [56]	1995	$\tau^- \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^- \nu_\tau$	$< 35.3 \text{ MeV}/c^2$ <sup>d</sup>

<sup>a</sup>Limite vindo do espectro da energia (momento) faltante.

<sup>b</sup>Limite vindo do espectro da massa invariante do sistema hadrônico.

<sup>c</sup>Limite vindo do espectro bidimensional da massa invariante e da energia do sistema hadrônico.

<sup>d</sup>Limite vindo do espectro bidimensional da massa invariante e da energia faltante.

Tabela II.2: Limites experimentais para a massa do  $\nu_\tau$ .

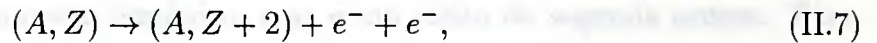
Nesta análise, foram usados cortes nas variáveis de momento (energia), distribuição angular e multiplicidade que separam eventos vindos de outras reações que possam ser confundidas com eventos de 5 píons produzidos no decaimento do tau. Obteve-se 12 eventos que satisfaziam todos os requerimentos para serem identificados como provindos do decaimento do tau. Em cada medida existe uma incerteza de 20 MeV [57].

O limite é obtido a partir do evento com maior massa invariante. Sabemos da Seção (II.1.1) que o ponto final é relacionado com a massa do neutrino, portanto o evento com o maior massa invariante fornece informação sobre o ponto final. Se creditarmos que o evento de maior massa invariante  $M_X'$  foi produzido por um neutrino do tau massivo (assumindo a hipótese de dominância),  $m_{\nu_\tau}$ , apenas são possíveis eventos em que  $m_{\nu_\tau} < m_\tau - M_X'$ . Recentemente, foram feitas análises baseadas num espectro bidimensional da largura parcial em termos da massa invariante,  $M_X$ , e da energia,  $E_X$ , do estado final  $X$ . Observe que o estado final não é composto de apenas uma partícula, portanto estas duas variáveis são independentes.

## II.2 Testes da natureza e do número de neutrinos

### II.2.1 Natureza do neutrino

O processo do duplo decaimento beta sem neutrinos,



representado por  $(\beta\beta)_{0\nu}$ , é o processo conhecido mais sensível a existência de uma massa de Majorana para os neutrinos. Este processo viola número leptônico por duas unidades.

A reação dada na Eq. (II.7) tem a largura parcial proporcional ao valor médio  $\langle m \rangle$ , dado por

$$\langle m \rangle = \sum_k m_k \eta_{CP}(\chi_k) |U_{ek}|^2, \quad (\text{II.8})$$

no qual  $U_{ek}$  são os elementos da matriz de mistura entre o neutrino do elétron com o campo de Majorana,  $\chi_k$  (que tem paridade  $\eta_{CP}(\chi_k)$  e massa  $m_k$ ).

Se na natureza existir apenas um neutrino de Majorana, o processo  $(\beta\beta)_{0\nu}$  deverá ser observado. O converso também é válido, se o processo ocorrer isso indica a presença de um único neutrino de Majorana.

Em geral, no caso de mais de um neutrino de Majorana, podemos ter cancelamentos devido a paridade  $CP$  poder ser positiva ou negativa, e portanto mesmo com neutrinos de Majorana podemos suprimir  $\langle m \rangle$ . Além disso, a Eq.(II.8) é válida se os autoestados massivos  $\chi_k$  são leves (em comparação com as energias típicas no decaimento beta) que é da ordem de 10 MeV [58]. Se algum autoestado de massa tiver uma massa maior que este valor existe uma forte supressão dos elementos da matriz de transição do processo nuclear [58].

O melhor limite sobre a meia vida do processo  $(\beta\beta)_{0\nu}$  vem do experimento com  $^{76}\text{Ge}$  [59]

$$T_{1/2}^{0\nu} > 3.2 \times 10^{24} \text{ anos.} \quad (\text{II.9})$$

Este valor implica que

$$\langle m \rangle \leq 0.9 \text{ eV}/c^2 \text{ (90 \% C.L.),} \quad (\text{II.10})$$

Um processo relacionado com  $(\beta\beta)_{0\nu}$  é o duplo decaimento beta com dois neutrinos,  $(\beta\beta)_{2\nu}$ , que corresponde à transição

$$(A, Z) \rightarrow (A, Z + 2) + e^- + e^- + \bar{\nu}_e + \bar{\nu}_e. \quad (\text{II.11})$$

Este processo não viola número leptônico, mas é um efeito de segunda ordem. Para comparação dos dois processos, citamos o valor da meia vida do  $^{76}\text{Ge}$  para o processo  $(\beta\beta)_{2\nu}$  [60]

$$T_{1/2}^{2\nu} = (1.42 \pm 0.03 \pm 0.133) \times 10^{21} \text{ anos.} \quad (\text{II.12})$$

## II.2.2 Número de neutrinos

No LEP foi medida a chamada largura invisível do  $Z^0$ , relacionada aos decaimentos que não são observados pelos detectores e atribuídos aos decaimentos do  $Z^0$  envolvendo partículas neutras, que interagem fracamente. As únicas partículas que satisfazem este critério no

MP são neutrinos de mão esquerda, portanto esta largura mede o número de neutrinos de mão esquerda.

Além disto, apenas neutrinos de Dirac com massa inferior a metade da massa do  $Z^0$  podem ser limitados pela Eq.(II.13) (limite cinemático). Se algum neutrino tiver uma massa maior, esta medida não coloca nenhum vínculo.

Neutrinos de Majorana tem uma componente de mão direita que não interage com o  $Z^0$ , portanto estes contribuem com a metade dos graus de liberdade de um neutrino de Dirac massivo com a mesma massa. Esta medida não coloca limites diretos no número de neutrinos de Majorana.

O número de neutrinos pode ser dado por

$$N_\nu = \frac{\Gamma^{inv}}{\Gamma^0} \quad (\text{II.13})$$

em que  $\Gamma^0$  e  $\Gamma^{inv}$  são as larguras parciais, medidas experimentalmente, de decaimento do  $Z^0$  em par de neutrinos e largura invisível respectivamente.

## II.3 Experiências fora de aceleradores

Experiências fora de aceleradores deram origem a dois problemas que hoje estão estabelecidos como a mais forte indicação de uma massa não nula para os neutrinos: o problema dos neutrinos solares e a discrepância dos neutrinos atmosféricos.

### II.3.1 Neutrinos solares

O problema dos neutrinos solares é a discrepância entre o fluxo dos neutrinos produzidos no Sol [61] e observados na Terra por quatro experimentos independentes **Homestake**, **Gallex**, **Sage** e **Kamiokande** [62]. Este fluxo é proveniente das reações termonucleares que fornecem a energia do Sol.

O espectro dos neutrinos proveniente do Sol não é uniforme, dependendo de várias reações entre as quais cito as mais importantes:  $p - p$ ,  ${}^7\text{Be}$  e  ${}^8\text{B}$ . Estas reações produzem fluxos de neutrinos com diferentes energias que são emitidos numa região de até  $0.3 R_\odot$



Existem atualmente detectores que observam o fluxo dos neutrinos produzidos pelas reações acima. Podemos citar principalmente **Kamiokande**, **IMB** (siglas das três instituições que participaram inicialmente: Irvine, Michigan e Brookhaven), **Soudan2**, **Frejus** e **Nusex** [64].

Os neutrinos produzidos na atmosfera são em sua maioria dos sabores  $\nu_e$  e  $\nu_\mu$  [65].

Os eventos observados neste experimentos podem ser catalogados em dois grandes grupos: chamados “*contained events*” e “*upward going muons*”. Que denominaremos respectivamente de eventos contidos (*EC*) e de múons ascendentes (*MUA*). Estes neutrinos interagem com o material do detector (segundo a reação  $\nu_l X \rightarrow l Y$ , em que  $l = e, \mu$ ), sendo observado o lépton do estado final.

Os *EC* são devidos a neutrinos produzidos na camada da atmosfera acima do detector. O ponto da interação ocorre dentro do detector e observa-se tanto o múon (indiretamente através do decaimento  $\mu \rightarrow e + \nu_e + \nu_\mu$ ) e o elétron. A topologia do evento com elétrons e com múons (que decaem em elétrons) é diferente e pode-se separar os dois tipos. A energia típica dos neutrinos originais é de 5-10 GeV.

Os eventos de *MUA* são neutrinos que cruzam a Terra provenientes da camada da atmosfera do hemisfério oposto ao do detector. O ponto onde a interação ocorre não está dentro do volume do detector, interagindo o neutrino com o material rochoso ao redor. Apenas se observa os eventos que tem múons no estado final. Correspondem a eventos com neutrinos com energias de 20-300 GeV. Como dito antes, estes detectores são apenas sensíveis a elétrons e identificam múons pela topologia do decaimento  $\mu \rightarrow e + \nu_e + \nu_\mu$ .

As previsões teóricas dos fluxos de  $\nu_e$  e  $\nu_\mu$  tem uma incerteza teórica chega até 30 %. Em outras palavras, diferentes resultados teóricos para os fluxos diferem em até 30 % [66]. As razões de fluxos dos neutrinos do elétron e do múon tem uma incerteza muito menor, da ordem de 5 % .

Os eventos *MUA* são compatíveis com a teoria. Nos eventos *EC* observamos tanto os neutrinos do elétron como os do múon, portanto temos mais confiança em comparar as razões experimentais,  $\left(\frac{\nu_\mu}{\nu_e}\right)_{exp}$  com as teóricas  $\left(\frac{\nu_\mu}{\nu_e}\right)_{teo}$  (veja Tabela (II.3)).

Este efeito não é tão bem estabelecido como o dos neutrinos solares, pois algumas experiências observam a diminuição do fluxo de  $EC$  e outras não. No entanto, as experiências que medem a redução de fluxo tem maior estatística e usam a mesma técnica de detecção (veja Tabela (II.3)).

Experiência	Volume do detector (kt/ano)	$(\nu_\mu/\nu_e)_{exp}/(\nu_\mu/\nu_e)_{teo}$	Detecção
Kamiokande	6.18	$0.60 \pm 0.06 \pm 0.05$	Cerenkov na água
IMB	7.7	$0.54 \pm 0.05 \pm 0.12$	Cerenkov na água
Frejus	1.56	$0.87 \pm 0.21$	Calorímetro de ferro
Nusex	0.40	$0.99 \pm 0.40$	Calorímetro de ferro
Soudan2	1.0	$0.69 \pm 0.19 \pm 0.09$	Calorímetro de ferro

Tabela II.3: Resultados das experiências de neutrinos atmosféricos .

Os dados apresentam uma leve dependência dos eventos com o ângulo entre o horizonte e a direção de onde veio o neutrino, para energias do estado final (partículas secundárias) acima de 1 GeV. Para energias menores não existe tal dependência. Se esta dependência com o ângulo se confirmar, o número de neutrinos observados é uma função da distância que os neutrinos percorreram, desde que foram produzidos até o ponto de detecção. Esta característica poderá discriminar qual o tipo de física nova poderá resolver o problema dos neutrinos atmosféricos.

### II.3.3 Experiências de “beam-dump”

Recentemente foram observados em duas experiências de “beam dump”, indícios de oscilação de neutrinos. São as experiências *KARMEN* [67, 68] e *LSND* [69].

Os limites vindos de experiências de “beam-dump” são obtidos pela análise da existência de oscilação de neutrinos, tanto em aparecimento como desaparecimento de um sabor de neutrinos. Se os neutrinos não são autoestados de massa podem oscilar de um sabor a outro.

Em geral é produzido um feixe de neutrinos a partir dos produtos de uma experiência de alvo fixo. Estes neutrinos percorrem uma certa distância até uma região onde interagem, colidindo contra algum alvo e é observado o lépton produzido.

### Experimento *KARMEN*

A experiência *KARMEN* [67, 68] observa o decaimento de píons, produzidos na colisão de um feixe de prótons contra um alvo fixo composto de água-pesada ( $D_2O$ ) e tantálio ( $Ta$ ). Os píons decaem, em sua maioria, em múons ( $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ ), produzindo um fluxo monoenergético de neutrinos do múon. O múon decai ( $\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu$ ) produzindo fluxos de  $\nu_e$  e  $\bar{\nu}_\mu$  com espectros contínuos. Os neutrinos produzidos interagem com um alvo, sendo detectado o lépton associado. Pode-se separar as contribuições de cada um dos sabores.

Ao analisar os dados foi observado um excesso de eventos, de origem desconhecida. Existem duas hipóteses possíveis para explicar o fenômeno. Uma interação do feixe inicial dos prótons com o material do detector, não levadas em conta. Esta alternativa é muito difícil de ser aceita pela colaboração que acredita ter levado em conta todos os efeitos deste tipo. A segunda hipótese, mais interessante, é que corresponda à presença de uma partícula massiva, monoenergética, instável (o tempo de vida deve ser maior do que  $0.3 \mu s$  para simplificar a análise), neutra e fracamente interagente. Esta partícula provavelmente seria produzida no decaimento do pión ( $\pi^+ \rightarrow \mu^+ X$ ). Neste caso, a massa da partícula é igual à  $33.9 \text{ MeV}$ . Além disso, esta partícula hipotética deposita uma energia no cintilador no intervalo de  $11$  a  $35 \text{ MeV}$ . A energia cinética da partícula é de  $5 \text{ keV}$ , portanto a energia depositada no cintilador somente pode vir da energia cinética dos produtos do seu decaimento.

### Experimento *LSND*

A experiência *LSND* [69] observa o decaimento de píons e de múons no *Los Alamos Meson Facility* (LAMPF). Os prótons do acelerador linear de LAMPF produzem um feixe de píons ao se chocar contra um alvo fixo. Os píons produzidos, fornecem pelo decaimento

leptônico, uma fonte de antineutrinos do múon,  $\bar{\nu}_\mu$  (pela reação  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ , seguida de  $\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu$ ). Existe também a produção de antineutrinos do elétron ( $\bar{\nu}_e$ ) e neutrinos do múon ( $\nu_\mu$ ) vindos da cadeia de reações ( $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$ , seguida de  $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$ ). Foram observados um excesso de 9 eventos contendo  $\bar{\nu}_e$ , em relação ao predito pelo MP. Como em princípio esperaríamos que o maior fluxo seria de antineutrinos do múon, podemos associar que este excesso é um sinal de oscilação  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ .

## II.4 Vínculos cosmológicos e astrofísicos

### II.4.1 Vínculos cosmológicos

O modelo padrão da cosmologia, o Big Bang, estabelece que o universo se expande a partir de um estado extremo de altas temperaturas e densidades. Existem três evidências empíricas para o modelo do Big Bang: a constante de Hubble, a radiação cósmica de fundo (CMB, isto é, *Cosmic Microwave Background*) e a atual abundância relativa dos átomos leves até o  ${}^7\text{Li}$ . A constante de Hubble estabelece a proporção entre a velocidade de afastamento de objetos distantes e a sua distância relativa ao ponto de observação. A CMB é a radiação remanescente da época da recombinação, na qual os átomos do universo permaneceram estáveis. A abundância relativa do  ${}^4\text{He}$  e dos elementos  ${}^2\text{D}$ ,  ${}^3\text{He}$  e  ${}^7\text{Li}$  provém de reações nucleares que ocorreram na chamada época da nucleossíntese. A partir destas três evidências, obtemos limites sobre o número, massas e tempos de vida (se estes são instáveis) de neutrinos.

A produção de  ${}^4\text{He}$  depende do número de partículas que interagem na época da nucleossíntese. Portanto se tivermos mais espécies de neutrinos interagentes (ou menos no caso de neutrinos estéreis) ela aumentará (diminuirá).

A CMB e a nucleossíntese fornecem os vínculos sobre as massas e tempos de vida dos neutrinos. A densidade atual de energia do universo e os modelos de formação de estruturas (como de galáxias e agregados de galáxias) também pode colocar limites.

Para neutrinos estáveis, foi obtido que as massas devem ser menores do que  $40 \text{ eV}/c^2$  [70]

ou maiores do que  $2 \text{ GeV}/c^2$  [71].

Para neutrinos instáveis, os limites são muito dependentes dos processos pelos quais os neutrinos decaem. Em geral são apresentados os limites através de uma região de exclusão num gráfico bidimensional em termos das variáveis, massa e tempo de vida [58]. Iremos estes limites na Tabela (II.4),

tempo de vida ( $\tau$ )	Região de massas excluídas
$\tau > 10^3 \text{ s}$	0.1 – 40 MeV
$0.01 \text{ s} < \tau < 100 \text{ s}$	não totalmente excluída
$\tau < 100 \text{ s}$	3 – 30 MeV

Tabela II.4: Limites astrofísicos .

Recentemente foi feita uma análise global dos dados cosmológicos sobre limites da massa do neutrino do tau , assumindo o decaimento  $\nu_\tau \rightarrow \nu_\mu \phi$ , em que  $\phi$  é um campo escalar [72].

#### II.4.2 Vínculos astrofísicos

Uma estrela muito massiva ( $15 - 20 M_\odot$ ) após um certo tempo, quando todo o material disponível para combustão nuclear é queimado, pode sofrer um colapso gravitacional. As camadas externas da estrela são ejetadas e resta apenas uma estrela de nêutrons no lugar da estrela original. Esta estrela é denominada supernova.

Quando do colapso são emitidos neutrinos que carregam a maior parte da energia irradiada. Esta energia tem um valor máximo possível, independente dos detalhes do processo de colapso.

Quando da explosão da supernova 1987A, duas experiências observaram um fluxo de energia, localizado num tempo muito curto, que pode ser creditado aos neutrinos emitidos por esta estrela [73].

Se os neutrinos são partículas de Dirac massivas, podemos produzir neutrinos de mão direita por mecanismos de mudança de helicidade. Estes neutrinos não interagem com nen-

huma partícula, quando da explosão da supernova e carregaram parte da energia irradiada. Esta energia, não detectável, é uma função da massa do neutrino. O fluxo de energia medido pode ser comparado com a previsão teórica. A diferença entre a a quantidade total de energia emitida e a energia medida pelos experimentos fornecerá um limite superior para a energia carregada pelos neutrinos de mão direita.

Comparando as previsões teóricas com a energia medida quando da explosão podemos colocar um limite sobre a massa dos neutrinos de Dirac. Os principais processos para a produção de são  $\nu_L N \rightarrow \nu_R N$ ,  $NN \rightarrow NN\nu_R\nu_L$  e  $e^+e^- \rightarrow \nu_R\nu_L$ . Para os neutrinos com massa pequena (partícula relativística), o limite é de  $m_\nu \leq 46 \text{ keV}/c^2$  e para os neutrinos com massas maiores  $m_\nu \geq 34 \text{ MeV}/c^2$ . Existe um fator 3 de incerteza nestes limites que provém da ignorância sobre a equação de estado para um meio com densidades muito maiores do que a nuclear.

### Capítulo III

## Neutrinos de Dirac massivos

A fenomenologia de neutrinos de Dirac massivos tem uma história quase tão longa quanto a proposta da idéia do neutrino em 1930 [74]. Dado que todos os férmions conhecidos têm massas de Dirac, é natural, em primeira instância, admitir que os neutrinos também tenham massas de Dirac. Estaremos aqui interessados em estudar a possibilidade de obter limites sobre as massas e ângulos de mistura para tais neutrinos baseados nos dados experimentais atuais.

Nossa principal motivação neste trabalho foi a questão da universalidade leptônica, isto é, a hipótese que todos os léptons interagem com a mesma constante de acoplamento, a constante  $G_F$  (relacionada com a constante de acoplamento  $g$  de  $SU(2)$ ) na interação entre os bósons de gauge e os léptons carregados no MP.

Há algum tempo atrás foi levantada a possibilidade de os dados experimentais indicarem a quebra da universalidade entre o múon e o elétron [75], posteriormente com medidas mais precisas confirmou-se a universalidade neste setor. Fenômeno idêntico ocorreu no setor do tau. Observava-se a violação da universalidade entre o múon e o tau comparando as larguras parciais dos decaimentos do  $\tau \rightarrow e\nu_e\nu_\tau$  em relação ao  $\mu \rightarrow e\nu_e\nu_\mu$  [37]. Esta possível violação da universalidade indicaria que a constante de interação do tau,  $G_\tau$ , é diferente da do múon,  $G_\mu$ . Uma fonte desta assimetria poderia ser a presença de Higgs carregados e/ou de neutrinos massivos. A presença de Higgs carregados, introduziria desvios da universalidade pela interação do Higgs com os férmions. No caso de neutrinos massivos, isso poderia

indicar que o neutrino do tau<sup>1</sup> teria propriedades diferentes das outras duas gerações.

É interessante notar que na terceira geração dos quarks também existem indícios de física nova além da primeira e da segunda geração. São exemplos, a razão do decaimento do  $Z^0$  em pares de  $b\bar{b}$  pelo total de decaimentos hadrônicos do  $Z^0$  ( $R_{b\bar{b}} = \Gamma_{b\bar{b}}/\Gamma_h$ , em que  $h$  são hadrões) [76] e a discrepância entre a determinação do ângulo de mistura efetivo em decaimentos leptônicos,  $\sin^2\theta_{\text{eff}}^{\text{lept}}$ , medida por duas experiências diferentes: através do valor experimental da assimetria esquerda-direita ( $A_{LR}$ ) no SLAC [6] e pela assimetria “forward-backward” ( $A_{FB}$ ) no LEP [77].

### III.1 Universalidade leptônica

A universalidade no setor do múon e do tau pode ser verificada pelo valor experimental de

$$\left(\frac{G_\tau}{G_\mu}\right)^2 = \left(\frac{\tau_\mu}{\tau_\tau}\right) \left(\frac{m_\mu}{m_\tau}\right)^5 \frac{B^{\tau e}}{B^{\mu e}}, \quad (\text{III.1})$$

no qual  $G_\tau$  and  $G_\mu$  são, respectivamente as constantes de acoplamento da corrente carregada fraca do tau e do múon. A notação  $B^{ab} = B.R.(a \rightarrow bX)$  indica a razão de ramificação (*branching ratio*) do decaimento  $a \rightarrow bX$ , em que  $X$  são as partículas apropriadas. Por exemplo,  $B^{\tau e}$ , representa a razão de ramificação do decaimento do  $\tau \rightarrow e\nu_\tau\nu_e$ . O  $\tau_\mu$  ( $\tau_\tau$ ) é o tempo de vida do múon (tau) e  $m_\mu$  ( $m_\tau$ ) é a massa do múon (tau).

	PDG92 [37]	PDG92-BES [80]	PDG94 [10]	PDG95 [81]
$(G_\tau/G_\mu)^2$	$0.941 \pm 0.023$	$0.960 \pm 0.024$	$0.985 \pm 0.014$	$1.001 \pm 0.012$

Tabela III.1: Evolução do valor de  $(G_\tau/G_\mu)^2$  usando os dados do PDG92, PDG94 e atualização para 1995.

Esta razão depende de três parâmetros dos decaimentos do tau: a massa,  $m_\tau$ , a razão de ramificação eletrônica,  $B^{\tau e}$ , e o tempo de vida,  $\tau_\tau$ . Tais parâmetros até o ano de 1992,

<sup>1</sup> Este lépton nunca foi observado diretamente. A descoberta do lépton tau é disputada por dois grupos [78, 79].

tinham um erro experimental muito grande. As medidas do tempo de vida e das razões de ramificação do tau têm como dado de entrada a sua massa. Por exemplo, quando a média mundial da massa do tau diminuiu do *PDG92* para o *PDG94*, isto produziu uma redução no valor do tempo de vida. Dados mais recentes confirmaram o reestabelecimento da universalidade também neste setor. No entanto, como veremos mais tarde, se neutrinos tiverem massa não nula muitas medidas experimentais deverão ser reanalisadas. Consideramos por esta razão, que o problema da quebra da universalidade no setor do tau ainda pode estar em aberto.

A média mundial<sup>1</sup> da massa do tau até 1992, dependia fortemente da medida de DELCO de 1978 [82]. Após 1978, e até o ano de 1992, nenhuma medida nova da massa do tau foi feita. Depois de 1992 vários experimentos determinaram a massa do tau. Na Fig. (III.1) é apresentada a evolução das medidas da massa do tau nos últimos anos [10, 51, 83, 84, 85, 80, 86].

Em geral a massa do tau, assim como a massa do top, é um parâmetro de ajuste de uma expressão teórica da medida experimental, pois o tau não é observado diretamente, apenas seus produtos de decaimento o são. Por exemplo, a medida da experiência BES [80] da massa do tau é obtida pelo ajuste da seção de choque  $\sigma(e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-)$  próximo ao limiar da produção de taus.

As medidas mais recentes da massa do tau (ARGUS [51], CLEO [85]) assumem que o neutrino do tau tem massa nula. Isto é análogo ao que ocorre na determinação da massa do pión a partir do seu decaimento leptônico (veja página 1445 da Referência [10] e Seção II.1.1). Essas últimas medidas são na verdade um limite inferior para a massa do tau. Caso a massa do neutrino do tau seja não nula, o valor central destas medidas deve aumentar novamente [37]. Por exemplo, a medida de CLEO [85] da massa do tau tem o valor central aumentado de  $m_{\nu_\tau}^2/1100$  MeV, onde  $m_{\nu_\tau}$  é a massa do neutrino do tau [10].

As medidas até 1992 também apresentavam uma discrepância entre o tempo de vida

---

<sup>1</sup>A média mundial de uma determinada quantidade experimental é uma média ponderada, sobre o número de eventos, de medidas da mesma quantidade em diferentes experiências, calculada pelo *PDG*.

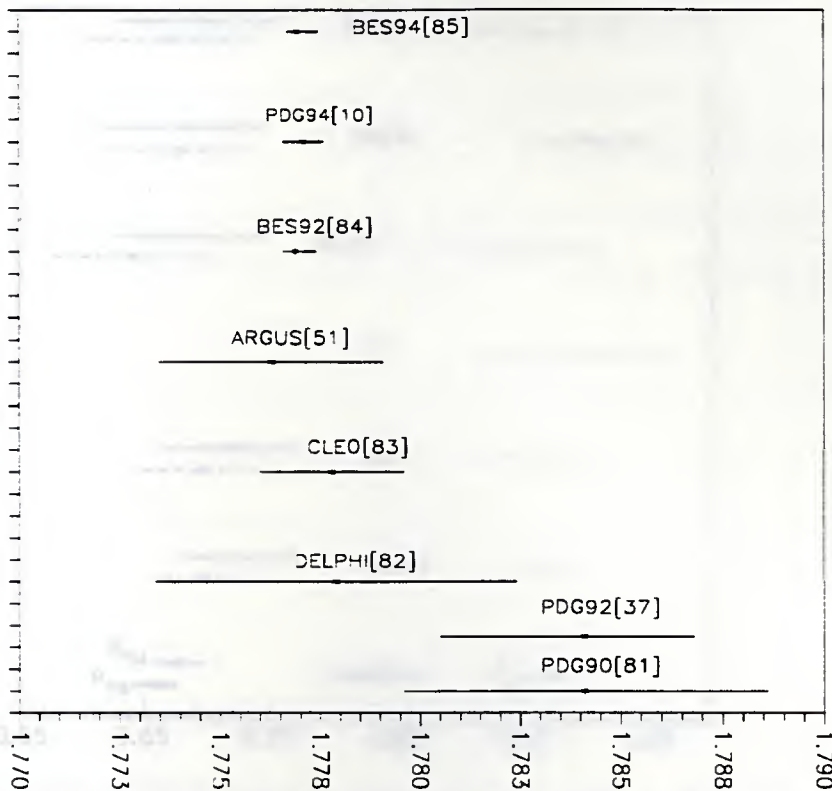


Figura III.1: Valores experimentais da massa do  $\tau$ . A média mundial do *PDG94* não inclui as mais recentes medidas de DELPHI e BES pois estas não haviam sido publicadas ainda. As unidades do eixo são em  $\text{GeV}/c^2$ .

do tau e as medidas das larguras parciais de seus decaimentos. Foi mostrado [87] que usando-se os dados individuais de cada experiência esta incompatibilidade desaparecia (veja Fig (III.2)). O problema só estava presente na média mundial.

### III.2 Mistura em três gerações

Quando fizemos a análise no Capítulo I dos tipos de massa para neutrinos não fizemos nenhuma restrição quando ao número de neutrinos. Iremos considerar aqui que temos três neutrinos de Dirac massivos, usando a informação da largura invisível do  $Z^0$  (veja Seção II.1.2). Vimos da discussão do Capítulo I que isto corresponde a tratar os neutrinos de maneira análoga aos quarks.

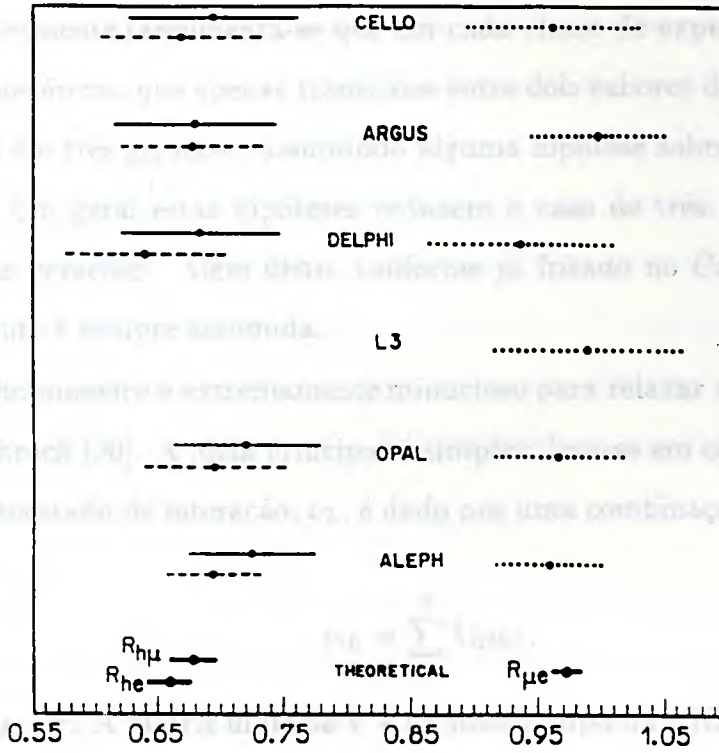


Figura III.2: Comparação da previsão teórica (linha contínua cheia) e medidas experimentais,  $R_{h\mu} = B^{\tau h}/B^{\tau\mu}$  (linha contínua cheia),  $R_{he} = B^{\tau h}/B^{\tau e}$  (linha tracejada),  $R_{\mu e} = B^{\tau\mu}/B^{\tau e}$  (linha pontilhada).

Outras análises dos efeitos de neutrinos de Dirac massivos existem na literatura. Em geral usa-se duas ou três gerações de neutrinos massivos, mas estudos com mais gerações também já foram feitos [88].

Existe uma ampla preferência pelo uso de duas gerações. Neste caso temos (veja Eqs.(I.22,I.23)) um ângulo de mistura e nenhuma fase, análogo a mistura de Cabibbo [8]. Para três gerações temos três ângulos e uma fase. Adicionando as massas dos neutrinos teríamos três e sete parâmetros livres para mistura de duas e três gerações respectivamente. Portanto o número de parâmetros ao passarmos da mistura de duas para três gerações aumenta muito. Qualquer estudo fenomenológico dos efeitos das massas dos neutrinos e dos ângulos (fases) fica difícil de ser controlado, pela grande liberdade que existe.

Dois procedimentos são rotineiros para ultrapassar esta dificuldade: ou usa-se duas

gerações simplesmente (argumenta-se que em cada classe de experimentos, com neutrinos solares ou atmosféricos, que apenas transições entre dois sabores de neutrinos são efetivas), ou trabalha-se em três gerações, assumindo alguma hipótese sobre os ângulos (fases) e/ou massas [89]. Em geral estas hipóteses reduzem o caso de três gerações a uma mistura efetiva de duas gerações. Além disto, conforme já frisado no Capítulo II, a hipótese de massa dominante é sempre assumida.

Um trabalho pioneiro e extremamente minucioso para relaxar a hipótese de dominância foi feito por Shrock [90]. A idéia principal é simples: leva-se em conta que, no caso de três gerações, o autoestado de interação,  $\nu_L$ , é dado por uma combinação linear dos autoestados de massa por

$$\nu_{lL} = \sum_{i=1}^3 V_{li} \eta_{iL}, \quad (\text{III.2})$$

na qual  $l = e, \mu$  e  $\tau$ . A matriz unitária  $V$  é do mesmo tipo da CKM para o setor leptônico, conectando os dois autoestados.

Os limites experimentais para as massas dos neutrinos, como já vimos, são obtidos com a hipótese de dominância. A razão é que se não fosse usada esta hipótese, mesmo em duas gerações teríamos três variáveis: duas massa e um ângulo de mistura.

Shrock [90] propôs uma série de testes para buscar sinais de neutrinos massivos, além dos usuais de procura de deslocamentos do ponto final dos decaimentos, tais como deformações dos espectros, deslocamentos dos pontos máximos (“peaks”) dos espectros, bem como os efeitos da combinação da soma de espectros de neutrinos massivos.

Experimentos que procuram por estes deslocamentos dos pontos máximos foram feitos para decaimentos de píons em elétrons [91] e de kaons em múons [92]. Tais experiências analisam os dados com a hipótese de dominância, acrescentando os ângulos de mistura. São colocados regiões de exclusão num plano das variáveis massa do neutrino (autoestado dominante) e um elemento da matriz de mistura.

Como é enfatizado por nós (e Shrock [90]) os limites para massas dos neutrinos podem ser evadidos se usarmos a Eq.(III.2). Estes limites não são, à princípio, sobre autoestados massivos. De fato se considerarmos, que numa dada reação, um neutrino do elétron massivo

é produzido no estado final (decaimento do trítio) esperaríamos ter não apenas o espectro de um neutrino massivo, mas uma soma de contribuições com pesos dados pelos elementos da matriz de mistura.

Com estas considerações, usaremos a Eq.(III.2) com três neutrinos massivos de Dirac. Estaremos interessados em analisar os limites impostos pelos decaimentos de léptons, decaimentos leptônicos de hádrns, largura invisível do  $Z^0$  e procuras diretas no espaço de parâmetros livres na mistura de três gerações. A única hipótese que faremos é que os dois neutrinos mais leves têm uma massa muito menor do que qualquer outra partícula.

$$0 \lesssim m_1, m_2 \ll m_3, \quad (\text{III.3})$$

em que  $m_i$  é a massa do  $i$ -ésimo autoestado de massa,  $i=1,2,3$ .

Queremos analisar as conseqüências de uma mistura genuína de três gerações [93]. Não imporemos nenhuma hipótese adicional sobre a massa dos neutrinos e/ou os ângulos de mistura. Não faremos a hipótese de dominância, pois consideraremos os efeitos dos neutrinos mais leves. Em experimentos que tentam medir a oscilação de sabores, na qual as probabilidades de transição entre sabores depende de diferença de massas, as massas dos mais leves serão importantes. No final deste capítulo discutiremos estes vínculos.

Para um dado decaimento, por exemplo o dos léptons,  $l' \rightarrow l\nu_l\nu_{l'}$ , no qual os índices  $l', l = e, \mu$  e  $\tau$ , a largura parcial do decaimento será dada pela soma de amplitudes com autoestados de massa, ponderada pelos elementos da matriz de mistura [90].

### III.2.1 Decaimentos de léptons

No decaimento leptônico, a largura parcial será dada por [94, 95]

$$\begin{aligned} \Gamma(l' \rightarrow l\nu_l\nu_{l'}) &= \frac{G^2 m_l^5}{192\pi^3} \left\{ (|V_{l'1}|^2 + |V_{l'2}|^2) (|V_{l1}|^2 + |V_{l2}|^2) \Gamma_{11}^{l'l} \right. \\ &+ (|V_{l3}|^2[|V_{l'1}|^2 + |V_{l'2}|^2] + |V_{l3}|^2[|V_{l1}|^2 + |V_{l2}|^2]) \Gamma_{13}^{l'l} \\ &+ |V_{l'3}|^2 |V_{l3}|^2 \Gamma_{33}^{l'l} \left. \right\}, \end{aligned} \quad (\text{III.4})$$

na qual  $l' = \mu, \tau$  e  $l = e, \mu$  para o decaimento do  $\tau$  e  $l = e$  para o decaimento do múon. Em cada vértice da interação temos, usando a teoria efetiva de Fermi, um fator  $G$ , ou

equivalentemente, no MP, a constante de acoplamento  $g$  de  $SU(2)$ . A relação entre as duas descrições é dada pela definição da constante  $G^2$ , por  $G^2/\sqrt{2} = g^2/8m_W^2$  [90], em que  $m_W$  é a massa do bóson carregado.

As funções  $\Gamma_{11}''$  ( $\Gamma_{13}''$  e  $\Gamma_{33}''$ ) indicam as contribuições do espaço de fase, respectivamente com dois neutrinos de massa nula, um de massa nula e um massivo e dois massivos. Essas funções são explicitamente dadas por [95]

$$\Gamma_{11}'' \equiv F(\delta_{e\mu}^2), \quad (\text{III.5})$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{13}'' \equiv & 2\Theta(m_3 + m_{\nu'} - m_l) \int_{x_m}^{x_M} (x^2 - B)^{\frac{1}{2}} \frac{(k - \delta_{3\nu'}^2 - x)}{(k - x)^3} \left[ (k - \delta_{3\nu'}^2 - x)^2 x (k - x) \right. \\ & \left. + [(k - x)^2 + \delta_{3\nu'}^2(k - x) - 2\delta_{3\nu'}^4](2kx - x^2 - B) \right] dx, \end{aligned} \quad (\text{III.6})$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{33}'' \equiv & 2\Theta(m_3 + (m_{\nu'} - m_l)/2) \int_{x_m}^{x_M} \frac{(x^2 - B)^{\frac{1}{2}}}{(k - x)^{\frac{3}{2}}} (k - x - 4\delta_{3\nu'}^2)^{\frac{1}{2}} \left[ (k - x - 4\delta_{3\nu'}^2)x(k - x) \right. \\ & \left. + (k - x + 2\delta_{3\nu'}^2)(2kx - x^2 - B) \right] dx, \end{aligned} \quad (\text{III.7})$$

com

$$k = 1 + \delta_{ll'}^2, \quad B = 4\delta_{ll'}^2, \quad \delta_{il'} = \frac{m_i}{m_{\nu'}}, \quad \delta_{ll'} = \frac{m_l}{m_{\nu'}}, \quad (\text{III.8})$$

e

$$x_m = 2\delta_{ll'}, \quad x_M = k - \delta_{ll'}^2, \quad x'_M = k - 4\delta_{ll'}^2, \quad (\text{III.9})$$

e

$$F(x) = 1 - 8x + 8x^3 - x^4 - 12x^2 \log x. \quad (\text{III.10})$$

nas quais  $m_i$  é a massa do neutrino,  $m_l$  é a massa do lépton  $l$ . A função  $\Theta(x)$  dada acima é a função Degrau, que leva em conta, em cada uma das expressões acima, o limite cinemático de produção de um neutrino massivo. Devido à nossa hipótese inicial, Eq.(III.3), temos que  $\Gamma_{11}'' = \Gamma_{22}''$  e  $\Gamma_{13}'' = \Gamma_{23}''$ .

Comparando a Eq.(III.4) com as expressões usuais, observamos que o primeiro e o terceiro termos não contribuem. A componente com um neutrino massivo corresponderia ao do neutrino do tau e os fatores de mistura são omitidos por simplicidade.

Observemos que a Eq.(III.4) depende apenas da combinação de elementos ( $|V_{l1}|^2 + |V_{l2}|^2$ ) e ( $|V_{l3}|^2$ ) em que  $l = e, \mu$  e  $\tau$ . O primeiro elemento pode ser escrito em termos do último, usando o vínculo da unitariedade da matriz de mistura, que estabelece que  $|V_{l1}|^2 + |V_{l2}|^2 + |V_{l3}|^2 = 1$ . Portanto a largura parcial só depende de elementos da terceira coluna da matriz de mistura. Usaremos a forma adotada pelo *PDG* [10], Eq.(I.14), na qual podemos ver que a largura parcial dada acima não depende do ângulo  $\theta$  nem da fase  $\delta$ . Por esta razão o ângulo  $\theta$  e a fase  $\delta$  não são vinculados por estes decaimentos.

As expressões apresentadas para  $\Gamma_{ij}^{ll'}$  são em ordem zero da teoria de perturbações. As correções radiativas em primeira ordem são conhecidas para decaimentos com neutrinos não massivos [96] e com um único neutrino massivo no estado final [97].

Podemos também considerar os decaimentos hadrônicos do  $\tau$  em um traço carregado ("one prong"),  $\tau \rightarrow h\nu_l$ , em que  $h = \pi$  e  $K$ , cuja largura parcial é dada por [90],

$$\Gamma(\tau \rightarrow h\nu_\tau) = \frac{G^2 f_h'^2 V_{CKM}^2 m_\tau^3}{16\pi} \left[ (|V_{\tau 1}|^2 + |V_{\tau 2}|^2) \Gamma_1^{\tau h} + |V_{\tau 3}|^2 \Gamma_3^{\tau h} \right], \quad (\text{III.11})$$

na qual  $V_{CKM}$  são os elementos da matriz de CKM dos quarks apropriados para o hádron  $h$  e também

$$\Gamma_i^{\tau h} \equiv \Theta(m_i + m_\tau - m_h) (1 - \delta_{i\tau}^2)^2 \left[ 1 + \delta_{i\tau}^2 - \delta_{\pi\tau}^2 \right] \sqrt{1 - \frac{\delta_{i\tau}^2}{w_0^2}}, \quad (\text{III.12})$$

em que

$$w_0 = \frac{1}{2} \left( 1 + \delta_{i\tau}^2 - \delta_{h\tau}^2 \right) \quad \delta_{i\tau} = m_i/m_\tau \quad \delta_{h\tau} = m_h/m_\tau, \quad (\text{III.13})$$

e o índice corre de  $i = 1, 2, 3$ .  $m_h$  é a massa do hádron. A constante  $f_h'$ , do méson  $h$  é definida como [10]

$$\langle 0 | A_\mu(0) | h(q) \rangle \equiv i f_h' q_\mu V_{QQ'}, \quad (\text{III.14})$$

no qual  $A_\mu$  é a parte da contribuição vetor-axial da corrente, carregada fraca do méson  $h$  com quadrimomento  $q_\mu$ . Este termo corresponde à corrente carregada fraca de um méson que não é predito pela teoria. O fator  $V_{QQ'}$  é o elemento de matriz da transição  $Q \rightarrow Q'$  da matriz CKM dos quarks. O méson  $h$  é formado pelos quarks  $QQ'$ . Posteriormente iremos discutir como obtemos  $f_h'$  da experiência.

### III.2.2 Decaimentos leptônicos de hádrons

Dentre os decaimentos leptônicos de hádrons, estaremos interessados em estudar as reações  $h \rightarrow l\nu_l$ , em que  $h = \pi$  e  $K$ . Esses hádrons somente podem decair em elétrons e múons.

A largura do decaimento com neutrinos massivos é dada por [90]

$$\Gamma(h \rightarrow l\nu_l) = \frac{G^2 f_h'^2 V_{CKM}^2 m_h^3}{8\pi} \left[ (|V_{l1}|^2 + |V_{l2}|^2) \Gamma_1^{hl} + |V_{l3}|^2 \Gamma_3^{hl} \right], \quad (\text{III.15})$$

em que  $V_{CKM}$  são os elementos da matriz CKM dos quarks apropriados para o hádron  $h$  e a constante  $f_h'$  foi definida na Eq.(III.14). Nós temos que

$$\Gamma_i^{hl} \equiv \Theta(m_i + m_h - m_l) \left[ \delta_{lh}^2 + \delta_{il}^2 - (\delta_{lh}^2 - \delta_{il}^2)^2 \right] \lambda^{\frac{1}{2}}(1, \delta_{lh}^2, \delta_{il}^2), \quad (\text{III.16})$$

tal que  $\delta_{lh} = m_l/m_h$ ,  $\delta_{il}$  foi definida na Eq.(III.8) e  $i = 1, 2, 3$ . Observe que as Eqs. (III.11,III.15) dependem apenas de  $|V_{l3}|^2$ .

### III.3 Largura invisível do $Z^0$

A largura invisível do  $Z^0$ , medida nas experiências do LEP, colocará também um vínculo importante no espaço de parâmetros de mistura como veremos a seguir. A modificação da largura do decaimento em neutrinos massivos é dada por [98]

$$\Gamma(Z^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}) = \frac{GM_Z^3}{12\sqrt{2}\pi} \left[ 2 + \sqrt{1 - 4\mu_F} (1 - \mu_F) \right], \quad (\text{III.17})$$

na qual  $\mu_F = m_3^2/M_Z^2$  e  $M_Z$  é a massa do  $Z^0$ . Não existe uma dependência direta da largura invisível do  $Z^0$  com os ângulos de mistura.

### III.4 Análise da fenomenologia

Iremos comparar as expressões que apresentamos para o decaimento dos léptons e dos hádrons e da largura invisível do  $Z^0$  (Eqs.(III.4,III.15,III.17)) com os dados experimentais.

Para fazer esta comparação, devemos relacionar as quantidades  $G$  (Eqs.(III.4,III.15,III.17)) e  $f_h'$  (Eqs.(III.11,III.15)) com as quantidades  $G_\mu$  e  $f_h$ , constante de acoplamento do múon e

constante do pión respectivamente. Já se havia salientado que quando introduzimos neutrinos massivos, a constante  $G$  é diferente da constante do  $G_\mu$ , devido a mudanças no espaço de fase, introduzida pelos neutrinos massivos e pelos fatores de mistura (veja página 1248 da Referência [90]). Da Eq.(III.4) para o decaimento do múon temos:

$$\Gamma(\mu \rightarrow e\nu_e\nu_\mu) = \frac{G^2 m_\mu^5}{192\pi^3} g_{\mu e}, \quad (\text{III.18})$$

em que

$$\begin{aligned} g_{\mu e} \equiv & \left\{ (|V_{\mu 1}|^2 + |V_{\mu 2}|^2) (|V_{e 1}|^2 + |V_{e 2}|^2) \Gamma_{11}^{\mu e} \right. \\ & + (|V_{e 3}|^2[|V_{\mu 1}|^2 + |V_{\mu 2}|^2] + |V_{\mu 3}|^2[|V_{e 1}|^2 + |V_{e 2}|^2]) \Gamma_{13}^{\mu e} \\ & \left. + |V_{\mu 3}|^2|V_{e 3}|^2 \Gamma_{33}^{\mu e} \right\}. \end{aligned} \quad (\text{III.19})$$

A constante  $G_\mu$  é dada por

$$\tau_\mu^{-1} = \frac{G_\mu^2 m_\mu^5}{192\pi^3} \Gamma_{11}^{\mu e}, \quad (\text{III.20})$$

na qual  $\tau_\mu$  é o tempo de vida do múon e a função  $\Gamma_{11}^{\mu e}$  foi dada na Eq.(III.5). Portanto das Eqs.(III.18,III.19,III.20) temos que

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma(\mu \rightarrow e\nu_e\nu_\mu)}{\tau_\mu^{-1}} &= \frac{G^2}{G_\mu^2 \Gamma_{11}^{\mu e}} \left[ (|V_{\mu 1}|^2 + |V_{\mu 2}|^2) (|V_{e 1}|^2 + |V_{e 2}|^2) \Gamma_{11}^{\mu e} \right. \\ &+ (|V_{e 3}|^2[|V_{\mu 1}|^2 + |V_{\mu 2}|^2] + |V_{\mu 3}|^2[|V_{e 1}|^2 + |V_{e 2}|^2]) \Gamma_{13}^{\mu e} \\ &\left. + |V_{\mu 3}|^2|V_{e 3}|^2 \Gamma_{33}^{\mu e} \right]. \end{aligned} \quad (\text{III.21})$$

Usando que  $\Gamma(\mu \rightarrow e\nu_e\nu_\mu) = \tau_\mu^{-1} B^{\mu e}$  obtemos,

$$\begin{aligned} \left( \frac{G_\mu}{G} \right)^2 &= \frac{1}{\Gamma_{11}^{\mu e}} \left[ (|V_{\mu 1}|^2 + |V_{\mu 2}|^2) (|V_{e 1}|^2 + |V_{e 2}|^2) \Gamma_{11}^{\mu e} \right. \\ &+ (|V_{e 3}|^2[|V_{\mu 1}|^2 + |V_{\mu 2}|^2] + |V_{\mu 3}|^2[|V_{e 1}|^2 + |V_{e 2}|^2]) \Gamma_{13}^{\mu e} \\ &+ |V_{\mu 3}|^2|V_{e 3}|^2 \Gamma_{33}^{\mu e} \left. \right] \\ &= \left[ (|V_{\mu 1}|^2 + |V_{\mu 2}|^2) (|V_{e 1}|^2 + |V_{e 2}|^2) \right. \\ &+ (|V_{e 3}|^2[|V_{\mu 1}|^2 + |V_{\mu 2}|^2] + |V_{\mu 3}|^2[|V_{e 1}|^2 + |V_{e 2}|^2]) \frac{\Gamma_{13}^{\mu e}}{\Gamma_{11}^{\mu e}} \\ &\left. + |V_{\mu 3}|^2|V_{e 3}|^2 \frac{\Gamma_{33}^{\mu e}}{\Gamma_{11}^{\mu e}} \right]. \end{aligned} \quad (\text{III.22})$$

O espaço de fase com neutrinos massivos,  $\Gamma_{13}^{\mu e}$  e  $\Gamma_{33}^{\mu e}$ , é sempre menor do que para neutrinos não massivos.  $\Gamma_{11}^{\mu e}$ , para quaisquer valores da massa dos neutrinos. Como também os elementos da matriz de mistura são menores do que um, temos que o lado direito da Eq.(III.22) é sempre menor do que um. Portanto

$$\left(\frac{G_{\mu}}{G}\right)^2 < 1 \quad \forall m_i. \quad (\text{III.23})$$

Em outras palavras a constante efetiva nos decaimentos aumenta devido à presença dos neutrinos massivos.

A constante de decaimento do méson  $h$ ,  $f'_h$ , é extraída dos decaimentos leptônicos [37]. Usa-se uma expressão análoga à Eq.(III.15) incluindo correções radiativas. Esta constante não é predita pela teoria, dependendo seu valor das correções radiativas que por sua vez dependem da escala de energia da reação. Diferentes cálculos da correção radiativa obtém diferentes valores. Por exemplo, no *PDG92* é dado que incluindo as correções radiativas que dependem da estrutura do méson, temos que  $f_{\pi} = (130.8 \pm 0.3)$  MeV. Outro cálculo recente, levando em conta contribuições de curta distância (não perturbativas) provinda de ressonâncias e outras correções de QCD obteve  $f_{\pi} = (92.1 \pm 0.1)$  MeV [99]. As únicas previsões teóricas possíveis são de fato as razões de razões de ramificação dos decaimentos, por exemplo,  $B^{\pi e}/B^{\pi \mu}$ .

À partir destas considerações, iremos confrontar três resultados experimentais, as quantidades  $(G_{\tau}/G_{\mu})^2$ , as razões  $B^{\tau \mu}/B^{\tau e}$  e  $B^{\pi e}/B^{\pi \mu}$  com os nossos cálculos teóricos. A quantidade  $(G_{\tau}/G_{\mu})^2$  está relacionada com  $B^{\tau e}/B^{\mu e}$  como mostrado na Eq.(III.1).

Usou-se para os valores experimentais das razões, as médias mundiais do *PDG92*, mostradas na Tabela (III.2). O valor  $(G_{\tau}/G_{\mu})^2$  usado é o da coluna chamada *PDG92-BES* da Tabela (III.1). Este valor usa como dados de entrada o valor da massa do tau medida pela Colaboração BES [80], e as médias mundiais do tempo de vida e da razão de ramificação eletrônica do tau. Para comparação apresentamos os dados do *PDG94* na Tabela (II.2).

	dados do <i>PDG92</i>	dados do <i>PDG94</i>
$m_e$	$(0.51099906 \pm 0.00000015) \text{ MeV}/c^2$	mesmo de 1992
$m_\mu$	$(105.658389 \pm 0.000034) \text{ MeV}/c^2$	mesmo de 1992
$m_\tau$	$(1784.1^{+2.7}_{-3.6}) \text{ MeV}/c^2$	$(1777.1 \pm 0.5) \text{ MeV}/c^2$
$m_\pi$	$(139.5679 \pm 0.0007) \text{ MeV}/c^2$	$(139.56995 \pm 0.00035) \text{ MeV}/c^2$
$\tau_\mu$	$(2.19703 \pm 0.00004) \cdot 10^{-6} \text{ s}$	mesmo de 1992
$\tau_\tau$	$(305 \pm 6) \cdot 10^{-15} \text{ s}$	$(296.6 \pm 3.1) \cdot 10^{-15} \text{ s}$
$G_\mu$	$(1.16639 \pm 0.00002) \cdot 10^{-11} (\text{MeV}/c^2)^{-2}$	mesmo de 1992
$\Gamma_{inv}$	$(502 \pm 9) \text{ MeV}$	$(498.2 \pm 4.2) \text{ MeV}$
$M_Z$	$(91.173 \pm 0.020) \text{ GeV}/c^2$	$(91.187 \pm 0.007) \text{ GeV}/c^2$
$B^{\pi e}$	$(1.218 \pm 0.014) \cdot 10^{-4}$	$(1.230 \pm 0.004) \cdot 10^{-4}$
$B^{\pi\mu}$	$0.9998782 \pm 0.0000014$	$0.9998770 \pm 0.0000004$
$B^{\mu e}$	1	mesmo de 1992
$B^{\tau e}$	$0.1793 \pm 0.0026$	$0.1765 \pm 0.0024$
$B^{\tau\mu}$	$0.1758 \pm 0.0027$	$0.1801 \pm 0.0018$
$B^{\pi e}/B^{\pi\mu}$	$(1.218 \pm 0.014) \cdot 10^{-4}$	$(1.230 \pm 0.004) \cdot 10^{-4}$
$B^{\tau\mu}/B^{\tau e}$	$0.981 \pm 0.021$	$0.980 \pm 0.017$

 Tabela III.2: Dados do *PDG92* e *PDG94*.

Apresentaremos as previsões teóricas das quantidades experimentais discutidas. Da Eq. (III.4) temos que

$$\begin{aligned}
 \Gamma(\tau \rightarrow e\nu_e\nu_\tau) &= \frac{G^2 m_\tau^5}{192\pi^3} \left\{ (|V_{\tau 1}|^2 + |V_{\tau 2}|^2) (|V_{e 1}|^2 + |V_{e 2}|^2) \Gamma_{11}^{\tau e} \right. \\
 &+ (|V_{\mu 3}|^2[|V_{\tau 1}|^2 + |V_{\tau 2}|^2] + |V_{e 3}|^2[|V_{e 1}|^2 + |V_{e 2}|^2]) \Gamma_{13}^{\tau e} \\
 &\left. + |V_{\mu 3}|^2 |V_{e 3}|^2 \Gamma_{33}^{\tau\mu} \right\}, \quad (III.24)
 \end{aligned}$$

e uma fórmula análoga para  $\Gamma(\tau \rightarrow \mu\nu_\mu\nu_\tau)$ , trocando  $e \rightarrow \mu$ . A partir disto obtemos

$$\frac{\Gamma(\tau \rightarrow \mu\nu_\mu\nu_\tau)}{\Gamma(\tau \rightarrow e\nu_e\nu_\tau)} = \frac{g_{\tau\mu}}{g_{\tau e}} = \frac{B^{\tau\mu} \tau_\tau^{-1}}{B^{\tau e} \tau_\tau^{-1}} = \frac{B^{\tau\mu}}{B^{\tau e}}, \quad (III.25)$$

em que

$$g_{\tau\mu} \equiv \left[ (|V_{\tau 1}|^2 + |V_{\tau 2}|^2) (|V_{\mu 1}|^2 + |V_{\mu 2}|^2) \Gamma_{11}^{\tau\mu} \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \left( |V_{\mu 3}|^2 [ |V_{\tau 1}|^2 + |V_{\tau 2}|^2 ] + |V_{\tau 3}|^2 [ |V_{\mu 1}|^2 + |V_{\mu 2}|^2 ] \right) \Gamma_{13}^{\tau\mu} \\
 & + |V_{\tau 3}|^2 |V_{\mu 3}|^2 \Gamma_{33}^{\tau\mu} .
 \end{aligned} \tag{III.26}$$

$$\begin{aligned}
 g_{\tau e} & \equiv \left[ ( |V_{\tau 1}|^2 + |V_{\tau 2}|^2 ) ( |V_{e1}|^2 + |V_{e2}|^2 ) \Gamma_{11}^{\tau e} \right. \\
 & + \left. ( |V_{e3}|^2 [ |V_{\tau 1}|^2 + |V_{\tau 2}|^2 ] + |V_{\tau 3}|^2 [ |V_{e1}|^2 + |V_{e2}|^2 ] ) \Gamma_{13}^{\tau e} \right. \\
 & + \left. |V_{\tau 3}|^2 |V_{e3}|^2 \Gamma_{33}^{\tau e} \right] .
 \end{aligned} \tag{III.27}$$

A primeira igualdade da Eq.(III.25) relaciona apenas quantidades teóricas, a segunda igualdade compara o lado esquerdo, teórico, com o lado direito, experimental.

Além disso das Eqs.(III.18,III.24) temos

$$\frac{\Gamma(\tau \rightarrow e\nu_e\nu_\tau)}{\Gamma(\mu \rightarrow e\nu_e\nu_\mu)} = \left( \frac{m_\tau}{m_\mu} \right)^5 \frac{g_{\tau e}}{g_{\mu e}} = \frac{B^{\tau e} \tau_\tau^{-1}}{B^{\mu e} \tau_\mu^{-1}}, \tag{III.28}$$

em que  $g_{\mu e}$  e  $g_{\tau e}$  foram definidos nas Eqs.(III.19,III.27). Podemos reorganizar a Eq.(III.28)

$$\frac{g_{\tau e}}{g_{\mu e}} = \left( \frac{m_\mu}{m_\tau} \right)^5 \frac{B^{\tau e} \tau_\mu}{B^{\mu e} \tau_\mu} = (G_\tau/G_\mu)^2, \tag{III.29}$$

o lado esquerdo da primeira igualdade acima é a previsão teórica com neutrinos massivos para a quantidade experimental  $(G_\tau/G_\mu)^2$ .

Para os decaimentos do pión temos, usando a Eq. (III.15)

$$\begin{aligned}
 \Gamma(\pi \rightarrow \mu\nu_\mu) & = \frac{G^2 f_h^2 V_{ud}^2 m_\pi^3}{16\pi} \left[ ( |V_{\mu 1}|^2 + |V_{\mu 2}|^2 ) \Gamma_0^{\pi\mu} + |V_{\mu 3}|^2 \Gamma_3^{\pi\mu} \right] \\
 & = \frac{G^2 f_h^2 V_{ud}^2 m_\pi^3}{16\pi} \left[ ( s_\gamma^2 s_\beta^2 + c_\gamma^2 ) \Gamma_0^{\pi\mu} + s_\gamma^2 c_\beta^2 \Gamma_3^{\pi\mu} \right],
 \end{aligned} \tag{III.30}$$

$$\begin{aligned}
 \Gamma(\pi \rightarrow e\nu_e) & = \frac{G^2 f_h^2 V_{ud}^2 m_\pi^3}{16\pi} \left[ ( |V_{e1}|^2 + |V_{e2}|^2 ) \Gamma_0^{\pi e} + |V_{e3}|^2 \Gamma_3^{\pi e} \right] \\
 & = \frac{G^2 f_h^2 V_{ud}^2 m_\pi^3}{16\pi} \left[ c_\beta^2 \Gamma_0^{\pi e} + s_\beta^2 \Gamma_3^{\pi e} \right].
 \end{aligned} \tag{III.31}$$

Das Eqs. (III.30,III.31) nós obtemos

$$\frac{\Gamma^{\pi e}}{\Gamma^{\pi\mu}} = \frac{c_\beta^2 \Gamma_0^{\pi e} + s_\beta^2 \Gamma_3^{\pi e}}{(s_\gamma^2 s_\beta^2 + c_\gamma^2) \Gamma_0^{\pi\mu} + s_\gamma^2 c_\beta^2 \Gamma_3^{\pi\mu}} = \frac{B^{\pi e}}{B^{\pi\mu}}. \tag{III.32}$$

Das Eqs.(III.25.III.29.III.32) obteremos as regiões de compatibilidade com os dados experimentais. As variáveis livres são  $m_3$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ , respectivamente a massa do neutrino mais pesado e dois ângulos da matriz de mistura.

As regiões de compatibilidade foram obtidas, considerando as medidas experimentais dentro de um desvio padrão ( $1\sigma$ ). Calculamos as expressões teóricas, fixando um valor da massa e verificando se existia alguma região no plano  $\beta$  e  $\gamma$  que satisfazia os vínculos experimentais. Fizemos este procedimento num grande intervalo da massa  $m_3$ .

Obtivemos os seguintes resultados [93]

- a. para  $m_3 < 50$  MeV, temos  $(G_\tau/G_\mu)^2 > 1$  para quaisquer ângulos  $\beta$  e  $\gamma$ ,
- b. para  $50$  MeV  $< m_3 < 84$  MeV temos regiões em que  $(G_\tau/G_\mu)^2 < 1$ , mas fora da região de  $1\sigma$ ,
- c. para  $84$  MeV  $< m_3 < 155$  MeV temos compatibilidade para  $(G_\tau/G_\mu)^2$  e para  $B^{\tau\mu}/B^{\tau e}$ , mas não para  $B^{\pi\mu}/B^{\pi e}$ ,
- d. para  $155$  MeV  $< m_3 < 800$  MeV temos compatibilidade com todos os dados experimentais.

Por fim usamos o vínculo da largura invisível do  $Z^0$ . Devemos lembrar que a Eq.(III.17) não contém, à princípio, dependência com os ângulos. Entretanto como havíamos discutido, a constante  $G$  desta equação não é igual à constante de acoplamento do múon,  $G_\mu$ . Usaremos a Eq.(III.22) para obter a relação de  $G$  com  $G_\mu$  para a região em que  $m_3 > 155$  MeV, nesta região os termos  $\Gamma_{13}^{\mu e}$  e  $\Gamma_{33}^{\mu e}$  não contribuem. Portanto temos que

$$\left(\frac{G}{G_\mu}\right)^2 = (|V_{\mu 1}|^2 + |V_{\mu 2}|^2) (|V_{e 1}|^2 + |V_{e 2}|^2). \quad (III.33)$$

Podemos escrever a Eq.(III.17) como.

$$\frac{\Gamma^{inv}}{\Gamma^0} = \left[2 + \sqrt{1 - 4\mu_F(1 - \mu_F)}\right] \frac{1}{[(s_\beta^2 s_\gamma^2 + c_\gamma^2) c_\beta^2]^{\frac{1}{2}}}, \quad (III.34)$$

em que

$$\Gamma^0 = \frac{M_Z^3 G_\mu}{12\sqrt{2}\pi}. \quad (III.35)$$

é a largura parcial de decaimento do  $Z^0$  de um par de neutrinos de massa nula e  $\mu_F = m_3^2/M_Z^2$ . Usamos o valor de  $\Gamma^{inv}$  da Tabela (III.2) e  $\Gamma^0$  é calculado a partir dos valores de  $M_Z$  e  $G_\mu$  desta mesma tabela.

Com este vínculo, obtemos que a região permitida de massas é

$$155 \text{ MeV} \lesssim m_3 \lesssim 225 \text{ MeV}. \quad (\text{III.36})$$

Mostramos na Fig. (III.3) que para um valor típico de  $m_3$ , a região corresponde permitida de ângulos de  $\beta$  e  $\gamma$  é

$$11.54^\circ < \beta < 12.82^\circ, \quad \gamma < 4.05^\circ. \quad (\text{III.37})$$

Para outras massas teremos uma região de ângulos diferentes.

Devemos comparar este resultado com os limites sobre a massa do neutrino do tau de procuras diretas (veja Tabela (II.2)). Iremos analisar, na próxima seção, como compatibilizar o resultado das Eqs.(III.36,III.37) com estes limites. Os limites de procuras diretas das massas dos neutrinos foram dadas nas Tabela (II.2,II.1) com a hipótese de dominância e não considerando os fatores de mistura, enquanto que para obter os resultados mostrados nas Eqs.(III.36,III.37) não usamos esta hipótese e levamos em conta os ângulos de mistura.

Recentemente um grupo independente fez outra análise, no mesmo espírito do que foi apresentado neste Capítulo, confirmando os nossos resultados para os dados do *PDG92*. Usando os dados do *PDG94*, obtiveram que a região permitida de massas é de  $m_3 < 98 \text{ MeV}$  [100]. Os ângulos permitidos não foram mostrados neste trabalho.

Figura III.3. Região de aceitabilidade (círculo de 10) na plano  $\beta \times \gamma$  para  $(G_\mu/G_F)^2 = \Gamma^{inv}/\Gamma^0$ ,  $\beta^{inv}/\beta^0$  e a largura (variável de  $Z^0$ ), para  $m_3 = 105 \text{ MeV}$ . A região permitida por  $\beta^{inv}/\beta^0$  é maior do que a área mostrada no figura. A área negra é a região permitida por todos os critérios.

III.5 Análise do ponto final do decaimento  $\tau^- \rightarrow 5\pi^- \nu_\tau$

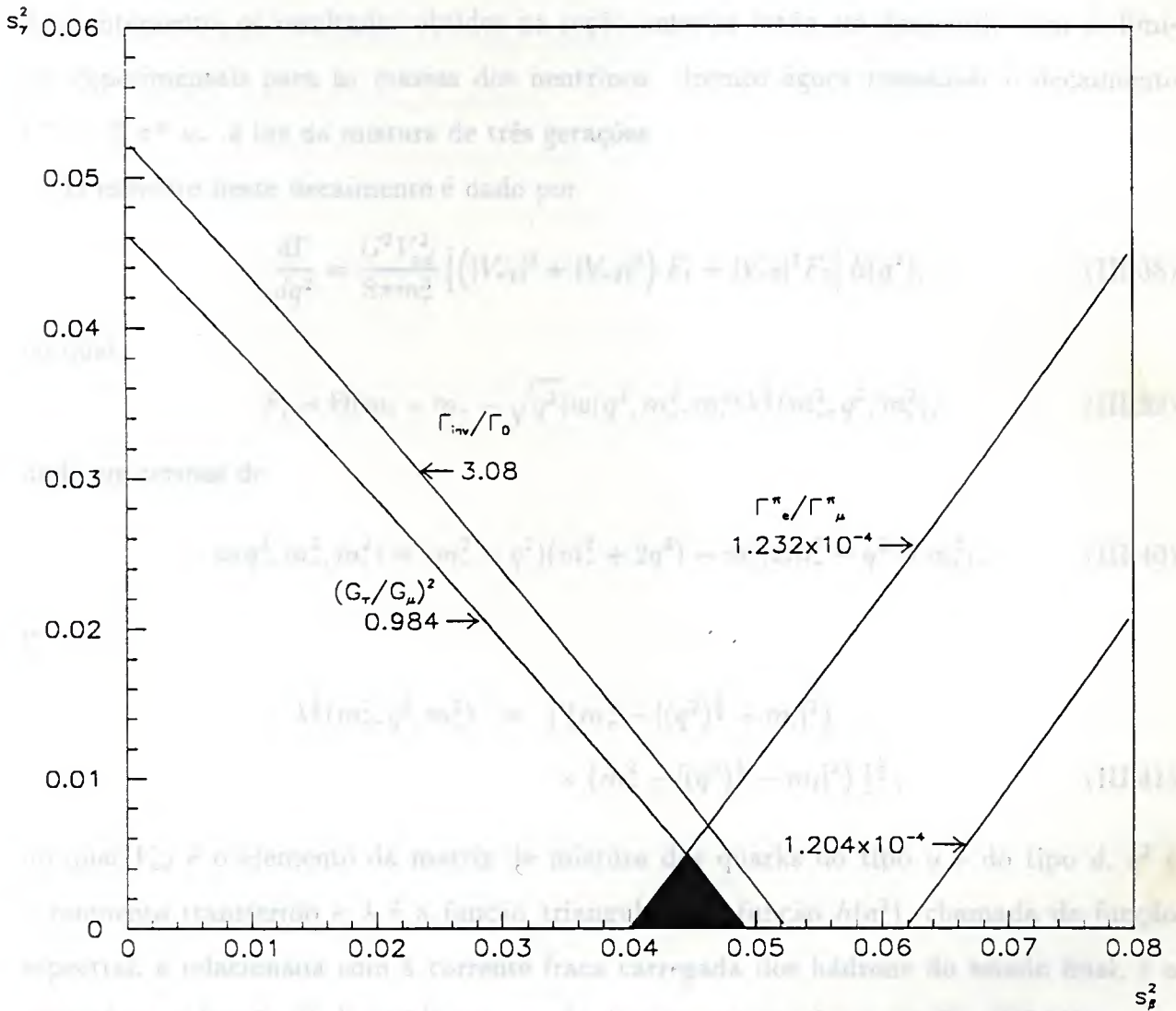


Figura III.3: Região de compatibilidade (dentro de  $1\sigma$ ) no plano  $s_\beta^2 \times s_\gamma^2$  para  $(G_\tau/G_\mu)^2$ ,  $B^{\tau\mu}/B^{\tau e}$ ,  $B^{\pi e}/B^{\pi\mu}$  e a largura invisível do  $Z^0$ , para  $m_3 = 165$  MeV. A região permitida por  $B^{\tau\mu}/B^{\tau e}$  é maior do que a área mostrada na figura. A área negra é a região permitida por todos os vínculos.

### III.5 Análise do ponto final do decaimento $\tau^- \rightarrow 5\pi^\pm \nu_\tau$

Aparentemente, os resultados obtidos na seção anterior estão em desacordo com os limites experimentais para as massas dos neutrinos. Iremos agora reanalisar o decaimento  $\tau^- \rightarrow 5\pi^\pm \nu_\tau$  à luz da mistura de três gerações.

O espectro deste decaimento é dado por

$$\frac{d\Gamma}{dq^2} = \frac{G^2 V_{ud}^2}{8\pi m_\tau^2} \left[ (|V_{\tau 1}|^2 + |V_{\tau 2}|^2) F_1 + |V_{\tau 3}|^2 F_3 \right] h(q^2), \quad (\text{III.38})$$

no qual

$$F_i = \Theta(m_i + m_\tau - \sqrt{q^2}) \omega(q^2, m_\tau^2, m_i^2) \lambda^{\frac{1}{2}}(m_\tau^2, q^2, m_i^2), \quad (\text{III.39})$$

dado em termos de

$$\omega(q^2, m_\tau^2, m_i^2) = (m_\tau^2 - q^2)(m_\tau^2 + 2q^2) - m_i^2(2m_\tau^2 - q^2 - m_i^2), \quad (\text{III.40})$$

e

$$\begin{aligned} \lambda^{\frac{1}{2}}(m_\tau^2, q^2, m_i^2) &= \left[ \{m_\tau^2 - [(q^2)^{\frac{1}{2}} + m_i]^2\} \right. \\ &\quad \left. \times \{m_\tau^2 - [(q^2)^{\frac{1}{2}} - m_i]^2\} \right]^{\frac{1}{2}}, \end{aligned} \quad (\text{III.41})$$

no qual  $V_{ud}$  é o elemento da matriz de mistura dos quarks do tipo  $u$  e do tipo  $d$ .  $q^2$  é o momento transferido e  $\lambda$  é a função triangular. A função  $h(q^2)$ , chamada de função espectral, é relacionada com a corrente fraca carregada dos hádrons do estado final, é o equivalente à função  $f'_h$  discutida no caso do decaimento do pión (veja Eq. (III.14)).

A função descreve a estrutura da corrente hadrônica, que não é predita pela teoria. Em alguns casos, nos decaimentos multi-hadrônicos do tau em número par de píons, por exemplo,  $\tau \rightarrow 4\pi, 6\pi$ , podemos relacioná-la com a seção de choque  $\sigma(e^+e^- \rightarrow 4\pi, 6\pi)$  [101].

No caso do decaimento de  $5\pi$  a situação não é tão clara. Não existe nenhuma ressonância conhecida produzida nas energias desta reação e que decaia em  $5\pi$ . Existem vários procedimentos possíveis para parametrizar esta função. O mais antigo é a chamada aproximação "soft pion", isto é, assume-se que um dos cinco píons tenha muito pouca energia disponível. Neste caso podemos tratar o sistema de cinco píons como um sistema  $\pi + 4\pi$ , e escrever em

termos da seção de choque de  $4\pi$  [102]. Esta é a solução usada pelos geradores de Monte Carlo para os decaimentos do tau, cujo mais conhecido é o TAUOLA [103], usado com os programas KORALB (KORALZ) [103]. Monte Carlos respectivamente para a produção de taus em baixas energias (altas energias).

Entretanto contribuições devido a ressonâncias compostas têm sido estudadas recentemente:  $a_1 + 2\pi$  [55] e  $\rho\rho\pi$  [104]. Sem a aproximação de “soft pion” ou o uso de estruturas ressonantes, teríamos, considerando apenas o espaço de fase,  $h(q^2) = 1$ .

Conforme discutido no Capítulo II, as análises dos limites de massa dos neutrino do tau são feitas em termo da variável massa invariante do sistema hadrônico,  $M_{5\pi}$ .

Definiremos uma variável adimensional  $x$  por

$$x \equiv \frac{M_{5\pi}}{m_\tau} = \frac{\sqrt{q^2}}{m_\tau}. \quad (\text{III.42})$$

Podemos reescrever a Eq.(III.38) em termos de  $x$ ,

$$\frac{d\Gamma}{dx} = \frac{G^2 V_{ud}^2}{4\pi m_\tau^2} \left[ (|V_{\tau 1}|^2 + |V_{\tau 2}|^2) F_1 + |V_{\tau 3}|^2 F_3 \right] x h'(x), \quad (\text{III.43})$$

no qual

$$F_i = \Theta(\delta_{i\tau} + 1 - x) w(x^2, 1, \delta_{i\tau}^2) \lambda^{\frac{1}{2}}(1, x^2, \delta_{i\tau}^2), \quad (\text{III.44})$$

dado em termos de

$$w(x^2, 1, \delta_{i\tau}^2) = (1 - x^2)(1 + 2x^2) - \delta_{i\tau}^2(2 - x^2 - \delta_{i\tau}^2), \quad (\text{III.45})$$

e

$$\lambda^{\frac{1}{2}}(1, x^2, \delta_{i\tau}^2) = \left[ \{1 - [x + \delta_{i\tau}]^2\} \times \{1 - [x - \delta_{i\tau}]^2\} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (\text{III.46})$$

com

$$h'(x) \equiv h(q^2 = x^2 m_\tau^2), \quad (\text{III.47})$$

e  $\delta_{i\tau}$  foi definida na Eq.(III.13).

A constante  $G^2$  será escrita em termos da constante  $G_\mu^2$  como feito no caso da largura invisível, substituindo a Eq.(III.33) na Eq.(III.43),

$$\frac{d\Gamma}{dx} = \frac{G_\mu^2 V_{ud}^2 [(|V_{\tau 1}|^2 + |V_{\tau 2}|^2) F_1 + |V_{\tau 3}|^2 F_3] x h'(x)}{8\pi m_\tau^3 (|V_{\mu 1}|^2 + |V_{\mu 2}|^2) (|V_{e 1}|^2 + |V_{e 2}|^2)}, \quad (\text{III.48})$$

ou usando a parametrização da Eq.(I.14)

$$\frac{d\Gamma}{dx} = \frac{G_\mu^2 V_{ud}^2 [(1 - c_\gamma^2 c_\beta^2) F_1 + c_\gamma^2 c_\beta^2 F_3] x h'(x)}{8\pi m_\tau^3 (1 - s_\gamma^2 c_\beta^2) c_\beta^2} \quad (\text{III.49})$$

O espectro dado pela Eq.(II.4), obtida com a hipótese de apenas um autoestado de massa dominante tem características diversas do espectro dado pela Eq.(III.49).

A Eq.(III.49) tem dois pontos finais, um em  $x = 1$  (corresponde ao neutrino de massa nula) e outro em  $x = 1 - \delta_{3\tau}$ . Quando  $x > 1 - \delta_{3\tau}$ , apenas o primeiro termo da Eq.(III.49) contribui, diferentemente da Eq.(II.4) que é identicamente nula. O termo que sobrevive da Eq.(III.49), para  $x > 1 - \delta_{3\tau}$  tem um fator de peso dado pelos elementos da matriz de mistura, comparado ao do caso de neutrino de massa nula. Perto do ponto final, tanto o espectro dado acima como o do neutrino com massa nula terão a mesma forma. Apenas a população será diferente pelos fatores dos elementos de mistura.

O espectro total, da Eq.(III.49), composto da soma dos espectros do neutrino com massa e o sem massa terá uma deformação perto do ponto  $x \simeq 1$ , onde a função  $F_3$  se anula. Nesta região existirá um "kink".

Em princípio, os limites que provém de deslocamentos do ponto final do espectro, se este é dado pela Eq.(III.49), só estão relacionados com a massa do neutrino mais leve.

Mostramos na Fig. (III.4) os eventos medidos por ARGUS [57], sobrepondo o espectro do decaimento do tau com massa nula e o dado pela Eq.(II.4) (com a hipótese de dominância) para um valor da massa do neutrino de 70 MeV.

Apresentamos na Fig. (III.5), o espectro dado pela Eq.(III.49) para  $m_3 = 165$  MeV e os ângulos correspondentes. Na ampliação mostramos, perto do ponto final ( $x \simeq 1$ ), que os espectros dados pela Eq.(III.49) e o do neutrino com massa nula têm a mesma forma. Colocamos para esta comparação a função espectral  $h(q^2) = 1$ .

Recentemente fizemos uma estimativa do efeito conjunto de termos mistura no setor dos neutrinos e uma contribuição da estrutura ressonante, que tomamos como  $\rho\rho\pi$  [104] no decaimento  $\tau^- \rightarrow 5\pi^\pm\nu_\tau$ . O espectro resultante é extremamente semelhante ao com neutrinos sem massa. O efeito combinado desta ressonância e da mistura de neutrinos mimetiza o espectro de um neutrino de massa nula [105].

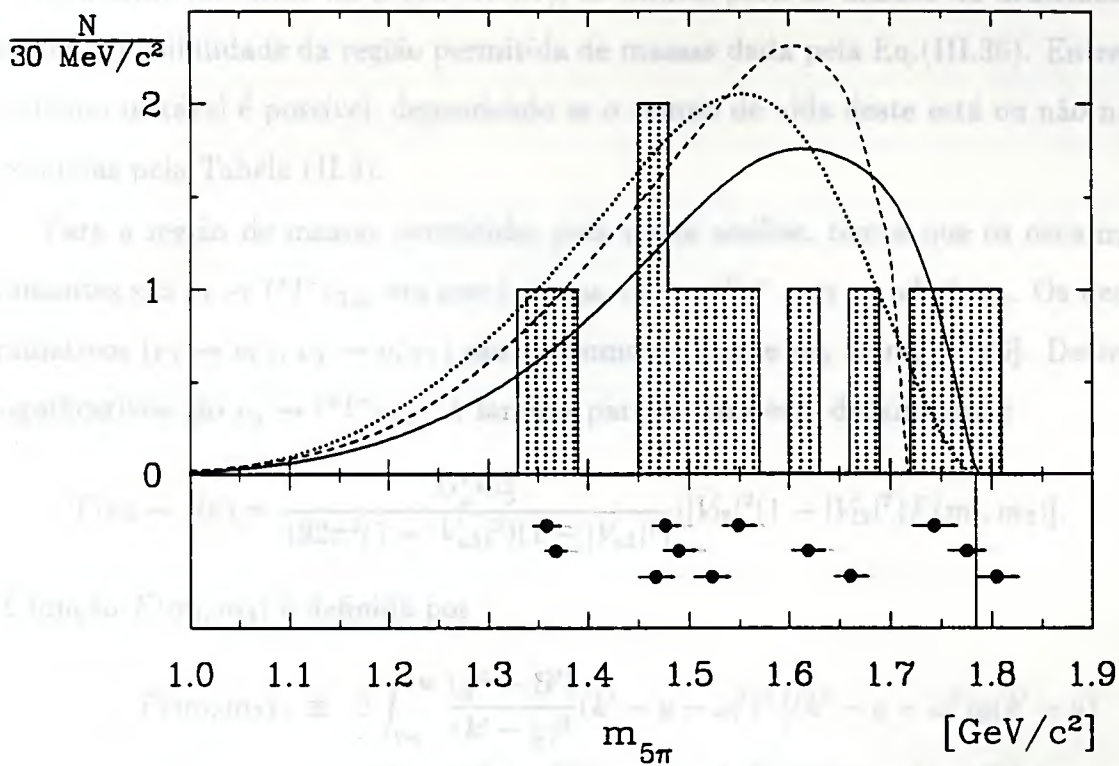


Figura III.4: Espectro da massa invariante do sistema de  $5\pi$  no decaimento de  $\tau^- \rightarrow 5\pi^\pm\nu_\tau$ , medido por ARGUS. É mostrado o espectro teórico para um neutrino de massa nula (linha cheia), com um neutrino de 70 MeV (linha tracejada).

### III.6 Compatibilidade com outros vínculos

#### Vínculos cosmológicos

Conforme discutido na Seção (II.4.1), os limites para as massas de neutrinos estáveis, exclui a possibilidade da região permitida de massas dada pela Eq.(III.36). Entretanto um neutrino instável é possível, dependendo se o tempo de vida deste está ou não nas regiões excluídas pela Tabela (II.4).

Para a região de massas permitidas pela nossa análise, temos que os decaimentos dominantes são  $\nu_3 \rightarrow l^+ l^- \nu_{1,2}$ , em que  $l = e, \mu$ ,  $\nu_3 \rightarrow \pi^+ e^-$  e  $\nu_3 \rightarrow \mu^+ e^- \nu_{1,2}$ . Os decaimentos radiativos ( $\nu_3 \rightarrow \nu_e \gamma$ ,  $\nu_3 \rightarrow \nu_e \gamma \gamma$ ) são suprimidos porque  $m_3 \gg m_{e,\mu}$  [106]. Destes os mais significativos são  $\nu_3 \rightarrow l^+ l^- \nu_{1,2}$ . A largura parcial para este decaimento é

$$\Gamma(\nu_3 \rightarrow ll\nu) = \frac{G_\mu^2 m_3^5}{192\pi^3(1 - |V_{\mu 3}|^2)(1 - |V_{e 3}|^2)} [|V_{l 3}|^2(1 - |V_{l 3}|^2)F(m_l, m_3)]. \quad (\text{III.50})$$

A função  $F(m_l, m_3)$  é definida por

$$F(m_l, m_3) \equiv 2 \int_{y_m}^{y_M} \frac{(y^2 - B')}{(k' - y)^3} (k' - y - \omega_l^2)^2 [(k' - y - \omega_l^2)y(k' - y) + [(k' - y)^2 + \omega_l^2(k' - y) - 2\omega_l^4](2k'y - y^2 - B')] dy, \quad (\text{III.51})$$

na qual

$$k' = 1 + \omega_l^2, \quad B' = 4(k' - 1), \quad \omega_l = \frac{m_l}{m_3}, \quad y_m = 2\omega_l, \quad y_M = 1.$$

A razão da largura parcial do decaimento  $\nu_3 \rightarrow ee\nu$  para a largura parcial do decaimento do múon é

$$\begin{aligned} \tau(\nu_3 \rightarrow ee\nu) &= \tau_\mu \left(\frac{m_\mu}{m_3}\right)^5 \frac{1 - |V_{\mu 3}|^2}{|V_{e 3}|^2} \frac{\Gamma_{00}^{\mu e}}{F(m_e, m_3)} \\ &= \tau_\mu \left(\frac{m_\mu}{m_3}\right)^5 \frac{1 - s_\gamma^2 c_\beta^2}{s_\beta^2} \frac{\Gamma_{00}^{\mu e}}{F(m_e, m_3)}. \end{aligned} \quad (\text{III.52})$$

Para a região de parâmetros da massa do neutrino mais pesado e ângulos permitidos, temos que  $\tau_3(\nu_3 \rightarrow ee\nu)$  é da ordem de  $10^{-6} - 10^{-5}$  s. Estes valores de tempo de vida estão fora da região excluída por vínculos cosmológicos (veja Tabela (II.4)).

### Vínculos astrofísicos

Os limites sobre a massa dos neutrinos vindo da supernova são válidos apenas para neutrinos leves  $m_\nu \leq 1$  MeV [73]. Vemos que para massas maiores apenas limites inferiores são possíveis. Além disto, um neutrino com a massa no intervalo dado na Eq.(III.36) não é emitido com as energias disponíveis numa supernova.

### Vínculos de experiências de *beam-dump*

Existem experiências de “*beam-dump*” que buscaram encontrar sinais de decaimentos de neutrinos. As mais importantes são CHARM [107] (das iniciais CERN, Hamburgo, Amsterdam, Roma e Moscou) e CERN-PS191 [108]. Estas experiências em geral estudaram decaimentos de mésons como  $D_s$  ( $ex-F$ ) e  $D$  observando os neutrinos produzidos. Os vários limites encontrados dependem de hipóteses sobre dados experimentais não conhecidos, como razões de ramificação e seções de choque de produção. Apenas recentemente estas quantidades vem sendo medidas [109]. Estas hipóteses invalidam os limites obtidos.

### Neutrinos solares

Figura III.9: Espectro de massa invariante para o sistema de  $h^+ h^-$  com  $m_h = 0$  (linha tracejada).

$m_h = 105$  MeV (linha pontilhada) e  $m_h = 215$  MeV (linha contínua). Mostramos também

Os ângulos  $\theta$  e  $\delta$  e as massas dos neutrinos mais leves,  $m_1$  e  $m_2$  não foram vinculados. Por hipótese as massas  $m_1$  e  $m_2$  são muito menores que a massa  $m_3$ . Estes parâmetros

são totalmente livres? Não, pois em experiências que tentam medir efeitos de oscilação de neutrinos, as probabilidades de transição de um sabor a outro dependem do ângulo  $\theta$  e das diferenças das massas dos neutrinos e não apenas de cada uma das massas individualmente. Vimos no Capítulo II, que as experiências de neutrinos solares e de neutrinos atmosféricos estão mostrando indícios de oscilação de neutrinos. Foi mostrado usando os nossos vínculos para  $m_3$ ,  $\alpha$  e  $\beta$  que é possível encontrar regiões dos parâmetros  $\theta$  e da diferença das massas entre os neutrinos mais leves,  $\delta m_{12}^2 = m_1^2 - m_2^2$ , que resolvem o problema dos neutrinos solares [110].

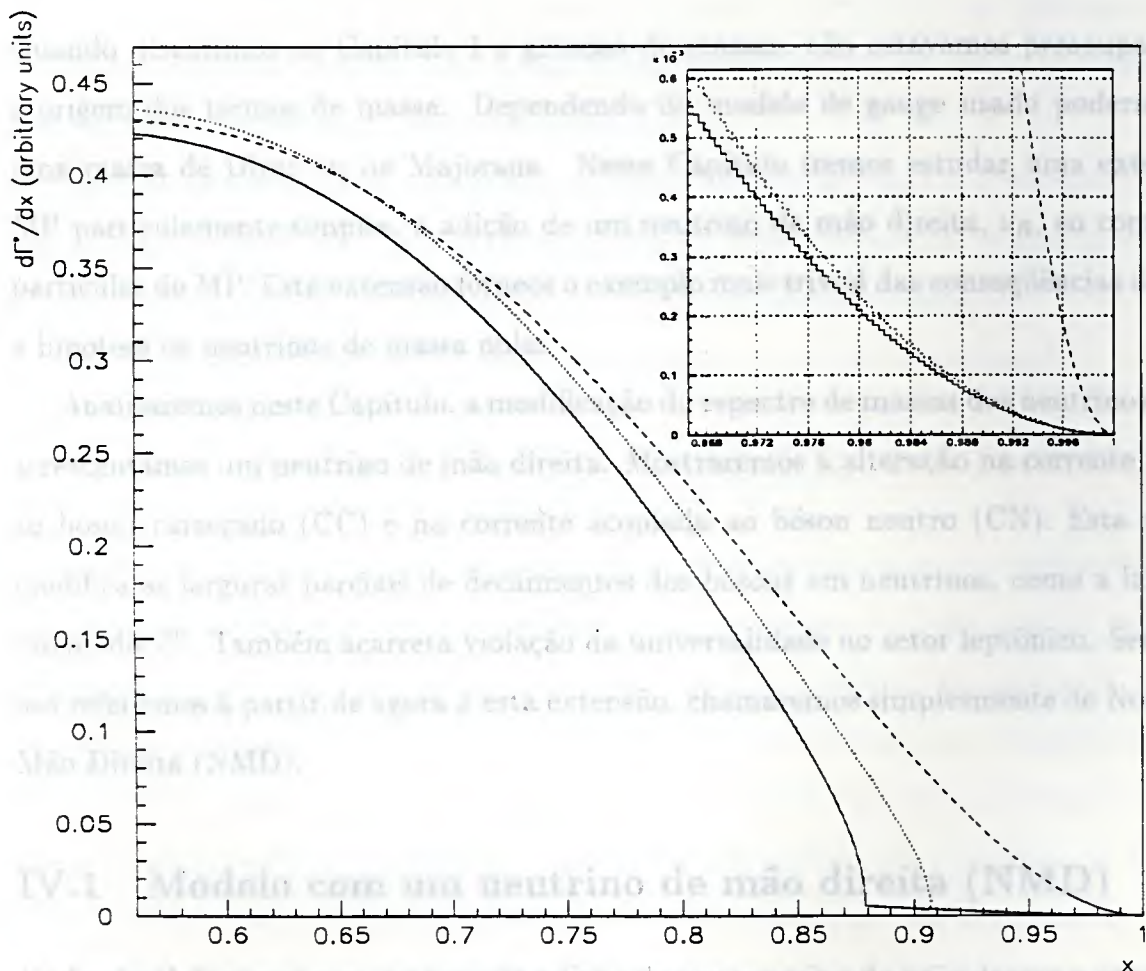


Figura III.5: Espectro da massa invariante para o sistema de  $5\pi$   $m_3 = 0$  (linha tracejada),  $m_3 = 165$  MeV (linha pontilhada) e  $m_3 = 215$  MeV (linha contínua). Mostramos também a ampliação perto do ponto  $x \simeq 0$ .

## Capítulo IV

### Neutrinos de Majorana massivos

Quando discutimos no Capítulo I a geração de massas, não estávamos preocupados com a origem dos termos de massa. Dependendo do modelo de gauge usado poderíamos ter uma massa de Dirac ou de Majorana. Neste Capítulo iremos estudar uma extensão do MP particulamente simples, a adição de um neutrino de mão direita,  $\nu_R$ , ao conteúdo de partículas do MP. Esta extensão fornece o exemplo mais trivial das conseqüências de relaxar a hipótese de neutrinos de massa nula.

Analisaremos neste Capítulo, a modificação do espectro de massas dos neutrinos, quando acrescentamos um neutrino de mão direita. Mostraremos a alteração na corrente acoplada ao bóson carregado (CC) e na corrente acoplada ao bóson neutro (CN). Esta mudança modifica as larguras parciais de decaimentos dos bósons em neutrinos, como a largura invisível do  $Z^0$ . Também acarreta violação da universalidade no setor leptônico. Sempre que nos referirmos à partir de agora a esta extensão, chamaremos simplesmente de Neutrino de Mão Direita (NMD).

#### IV.1 Modelo com um neutrino de mão direita (NMD)

Na Seção (I.2) vimos que, no caso da adição de um neutrino de mão direita e mantendo os três neutrinos de mão esquerda, temos um espectro de duas partículas com massa nula e duas partículas com massa de Majorana.

O espectro de massas do NMD se altera por correções radiativas. Os estados não

massivos ganham massa em ordens superiores por não existir nenhuma simetria que proíba estas correções.

Em modelos com simetria  $SU(2)_L \supseteq U(1)_Y$ , com  $n$  estado de mão esquerda,  $m$  de mão direita e  $n_h$  dubletos de Higgs, temos que dos  $n - m$  (para  $n > m$ ) neutrinos de massa nula, em primeira ordem em teoria de perturbação:

- a.  $n - m - n_0$  estados ganham massa, em que  $n_0 = \max(0, n - m * n_h)$ ,
- b.  $n_0$  estados permanecem não massivos.

No MP, com  $n_h = 1$ ,  $n = 3$  e  $m = 1$  temos  $n_0 = 2$ , portanto em primeira ordem em teoria de perturbação nenhum neutrino ganha massa. Em segunda ordem de teoria de perturbações teremos todos os neutrinos com massa [111].

Em geral, se temos algum parâmetro que não tem contribuição em ordem zero, como as massas dos neutrinos deste modelo, as correções em ordens superiores precisam ser finitas, pois não existe nenhum contratermo para absorver os possíveis infinitos<sup>1</sup>.

A parte da Lagrangiana que contém os termos de massa dos neutrinos é

$$\mathcal{L}_\nu^M = - \sum_{l=e,\mu,\tau} a_l \overline{\nu'_{lL}} \nu'_R - \frac{1}{2} M \overline{\nu'^c_R} \nu'_R + c.c., \quad (IV.1)$$

$\nu_R$  é o campo de direita.  $\nu_L$  são os campos de mão esquerda.  $a_i$  são os acoplamentos dos campos de mão esquerda (este termo provém da interação do Higgs com os campos de mão esquerda).  $M$  é a autointeração do campo de mão direita. Os campos  $\nu'_L$  e  $\nu'^c_R$  são autoestados de interação de mão esquerda e direita respectivamente. Admitiremos que a simetria CP é conservada. Se existir uma mistura no setor dos léptons carregados sempre podemos reabsorver esta mistura em redefinições dos campos dos neutrinos. A Eq.(IV.1) já contém estas redefinições de modo que os léptons carregados não têm mistura.

<sup>1</sup>Foi mostrado explicitamente em pelo menos um modelo que as correções radiativas de massas de neutrinos podem ser finitas, se impusermos uma relação entre os parâmetros da teoria [112].

Em forma matricial, a Eq.(IV.1) é

$$\mathcal{L}_\nu^M = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \nu'_L & \nu'_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_e \\ 0 & 0 & 0 & a_\mu \\ 0 & 0 & 0 & a_\tau \\ a_e & a_\mu & a_\tau & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu'_L \\ \nu'_R \end{pmatrix} \quad (\text{IV.2})$$

Os autovalores não nulos desta matriz são

$$m_P = \frac{1}{2}(\sqrt{M^2 + 4a^2} - M) \quad m_F = \frac{1}{2}(\sqrt{M^2 + 4a^2} + M), \quad (\text{IV.3})$$

no qual definimos  $a^2 = a_e^2 + a_\mu^2 + a_\tau^2$ . Escolhemos que o parâmetro  $M$  é positivo, por conveniência. Na verdade um dos autovalores é negativo, o que indica, conforme discutido na Seção (I.2) que o autovetor correspondente tem paridade CP negativa em relação à paridade do outro autovalor não nulo. Chamaremos de  $\nu_1$  e  $\nu_2$ , os autovetores correspondentes aos autovalores nulos e  $\nu_P$  e  $\nu_F$ , respectivamente aos autovalores  $m_P$  e  $m_F$

A matriz de mistura, relacionando os autoestados de interação,  $(\nu'_{\alpha L}, \nu'_{\alpha R}), \alpha = e, \mu, \tau$  com os autoestados de massa,  $(\nu_1, \nu_2, \nu_P, \nu_F)$ , é dada por

$$\begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_P \\ \nu_F \end{pmatrix} = \Phi V \begin{pmatrix} \nu'_{eL} \\ \nu'_{\mu L} \\ \nu'_{\tau L} \\ \nu'_R \end{pmatrix}, \quad (\text{IV.4})$$

na qual a matriz de mistura  $V$  é

$$\begin{pmatrix} c_\beta & -s_\beta s_\gamma & -s_\beta c_\gamma & 0 \\ 0 & c_\gamma & -s_\gamma & 0 \\ c_\alpha s_\beta & c_\alpha c_\beta s_\gamma & c_\alpha c_\beta c_\gamma & -s_\alpha \\ s_\alpha s_\beta & s_\alpha c_\beta s_\gamma & s_\alpha c_\beta c_\gamma & c_\alpha \end{pmatrix}, \quad (\text{IV.5})$$

e  $\Phi = \text{diag}(1, 1, i, 1)$ . A matriz  $\Phi$  é devida à diferente paridade CP dos neutrinos. A parametrização da matriz da Eq.(IV.5) é tomada da Referência [14], existem outras possíveis [113, 114]. Como sua forma não muda a física, usa-se a mais conveniente.

Os ângulos de mistura  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  podem depender das massas dos neutrinos. Os ângulos e massas dos neutrinos se relacionam por

$$\begin{aligned} s_\beta &= a_e/a, & s_\alpha^2 &= \frac{m_P}{m_P+m_F} \\ c_\beta s_\gamma &= a_\mu/a, & c_\beta c_\gamma &= a_\tau/a. \end{aligned} \quad (\text{IV.6})$$

Os parâmetros livres do NMD são três ângulos e duas massas, destes apenas quatro são independentes. Temos a liberdade de fazer rotações no subespaço dos neutrinos não massivos, podemos escolher, por exemplo, que o autoestado  $\nu_2$  não interaja com o elétron. Esta foi a escolha para se deduzir a matriz da Eq.(IV.5). A Eq. (IV.3) implica que  $m_F > m_P$ , e junto com a definição de  $\alpha$  (Eq.(IV.6)) obtém-se que  $s_\alpha^2 < 0.5$ .

A CC dos léptons é dada por

$$j_{CC}^\mu = \left( \bar{\nu}_1 \quad \bar{\nu}_2 \quad \bar{\nu}_P \quad \bar{\nu}_F \right)_L \gamma^\mu \Phi V \begin{pmatrix} e_L \\ \mu_L \\ \tau_L \\ 0 \end{pmatrix} + c.c., \quad (\text{IV.7})$$

na qual a matriz de mistura  $V$  e  $\Phi$  foi dada na Eq.(IV.5).

A CN dos neutrinos, por sua vez, é dada por

$$j_{CN}^\mu = \left( \bar{\nu}_1 \quad \bar{\nu}_2 \quad \bar{\nu}_P \quad \bar{\nu}_F \right)_L \gamma^\mu \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_\alpha^2 & ic_\alpha s_\alpha \\ 0 & 0 & -ic_\alpha s_\alpha & s_\alpha^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_P \\ \nu_F \end{pmatrix}_L + c.c.. \quad (\text{IV.8})$$

Note que apesar da CN inicialmente ser diagonal no sabor, temos agora termos não nulos fora da diagonal. Isto ocorre pois ao escrevermos os autoestados de interação em termos dos autoestados de massa, aparecem termos que misturam os autoestados de interação de mão esquerda e de mão direita.

Em geral, um neutrino de mão direita é chamado de estéril, devido ao fato de não interagir nem com a CC nem com a CN no MP (apenas interage gravitacionalmente).

Entretanto, quando diagonalizamos a matriz de massa, introduzimos efeitos dos neutrinos de mão direita nas correntes neutra e carregada. Outra consequência direta da Eq.(IV.7) é que existe violação da universalidade no setor leptônico.

## IV.2 Fenomenologia do modelo

### IV.2.1 Duplo decaimento beta sem neutrinos

O duplo decaimento beta sem neutrinos,  $(\beta\beta)_{0\nu}$ , é o primeiro processo que poderíamos usar para colocar vínculos nos parâmetros deste modelo, pois sinaliza, como já mencionado, a presença de neutrinos de Majorana. Da Seção (II.2.1), temos que no limite de pequenas massas ( $m_\nu < 10$  MeV), o decaimento  $(\beta\beta)_{0\nu}$ , tem a largura parcial proporcional à

$$\langle m \rangle = \sum_k m_k \eta_{CP}(\chi_k) |U_{ek}|^2, \quad (IV.9)$$

no qual  $U_{ek}$  são os elementos da matriz de mistura entre o neutrino do elétron com o campo de Majorana,  $\chi_k$  (que tem paridade  $\eta_{CP}(\chi_k)$  e massa  $m_k$ ). Para massas maiores, o processo já é naturalmente suprimido.

No NMD apenas  $\nu_P$  e  $\nu_F$  contribuem

$$\begin{aligned} \langle m \rangle &= m_P c_\alpha^2 s_\beta^2 - m_F s_\alpha^2 s_\beta^2 \\ &= s_\beta^2 (m_P c_\alpha^2 - m_F s_\alpha^2) = 0, \end{aligned} \quad (IV.10)$$

no qual na última igualdade foi usada a Eq.(IV.6). Portanto, mesmo tendo dois neutrinos de Majorana, no NMD não ocorrerá o processo  $(\beta\beta)_{0\nu}$ . Deste modo, os limites da Seção (II.2.1) não se aplicam.

### IV.2.2 Largura invisível do $Z^0$

A existência no NMD, de correntes neutras que violam sabor ( $FCNC$ ), implica em modificação da largura invisível do  $Z^0$  com relação à expressão do MP. Esta modificação depende dos parâmetros livres do NMD, e uma confrontação com o valor experimental poderá servir para colocar-lhes limites.

Ao calcular qualquer processo com partículas de Majorana devemos ter cuidado. pois a condição de Majorana  $\nu = \nu^c$ , poderá introduzir dupla contagem nos diagramas de Feynman. As regras para neutrinos de Majorana foram obtidas da Referência [115].

A largura invisível para o  $Z^0$  é dada por [14]

$$\Gamma^{inv}(Z \rightarrow \nu's) = \Gamma^0(2 + c_\alpha^4 \chi_{PP} + 2c_\alpha^2 s_\alpha^2 \chi_{PF} + s_\alpha^4 \chi_{FF}), \quad (IV.11)$$

na qual  $\Gamma^0$  é a largura para um par de neutrinos não massivos, definida na Eq.(III.35). As funções  $\chi_{ij}$  são dadas por

$$\chi_{ij} = \frac{\sqrt{\lambda(M_Z^2, m_i^2, m_j^2)}}{M_Z^2} X_{ij}, \quad (IV.12)$$

em que  $\lambda$  é a função triangular

$$\lambda(a, b, c) = a^2 + b^2 + c^2 - 2(ab + ac + bc),$$

e  $X_{ij}$  são fatores que também dependem das massas dos neutrinos,

$$X_{PP} = \left(1 - 4 \frac{m_P^2}{M_Z^2}\right) \Theta(m_P - M_Z/2),$$

$$X_{FF} = \left(1 - 4 \frac{m_F^2}{M_Z^2}\right) \Theta(m_F - M_Z/2),$$

$$X_{FP} = \left(1 - \frac{\Delta m_{FP}^2}{2M_Z^2} - \frac{m_P^2 + 3m_F m_P}{M_Z^2} - \frac{(\Delta m_{FP}^2)^2}{4M_Z^4}\right) \Theta(m_P + m_F - M_Z/2), \quad (IV.13)$$

na qual foi definido que  $\Delta m_{FP}^2 = m_F^2 - m_P^2$ .

Sempre temos, para quaisquer massas dos neutrinos, que  $X_{ij} \leq 1$  e  $\chi_{ij} \leq 1$ . Portanto  $\Gamma^{inv}$  (Eq.(IV.11)) é sempre menor ou igual do que a previsão do MP.

Do ponto de vista cinemático, podemos ter as seguintes contribuições (além das vindas dos neutrinos com massa nula):

- a. se  $m_P, m_F < M_Z/2$ , temos as contribuições de  $Z^0 \rightarrow \nu_P \nu_P, \nu_P \nu_F, \nu_F \nu_F$ ;
- b. se  $m_P < M_Z/2$  e  $M_Z/2 < m_F < M_Z$  temos  $Z^0 \rightarrow \nu_P \nu_P, \nu_P \nu_F$ ;
- c. se  $m_P < M_Z/2, m_F > M_Z$ , temos  $Z^0 \rightarrow \nu_P \nu_P$ .

O número de neutrinos,  $N_\nu$ , definido por  $N_\nu = \Gamma^{inv}/\Gamma^0$  poderá ser escrito em termos de variáveis adimensionais, a partir das Eqs.(IV.11,IV.12,IV.13) como

$$N_\nu(x, y) = 2 + \frac{1}{(x + y)^2} [x^2 F(y) + y^2 F(x) + 2xyG(x, y)], \quad (IV.14)$$

na qual temos

$$F(\zeta) = (1 - 4\zeta^2)^{\frac{3}{2}} \Theta(\zeta - 1/2),$$

$$G(x, y) = \sqrt{1 + (x^2 - y^2)^2 - 2(x^2 + y^2)} \left[ 1 - \frac{x^2 + y^2}{2} - 3xy - \frac{(x^2 - y^2)^2}{4} \right] \Theta(x + y - 1/2) \quad (IV.15)$$

e definimos  $x = m_F/M_Z$  e  $y = m_P/M_Z$ .

O valor do PDG92 é [37]

$$N_\nu = 3.00 \pm 0.05. \quad (IV.16)$$

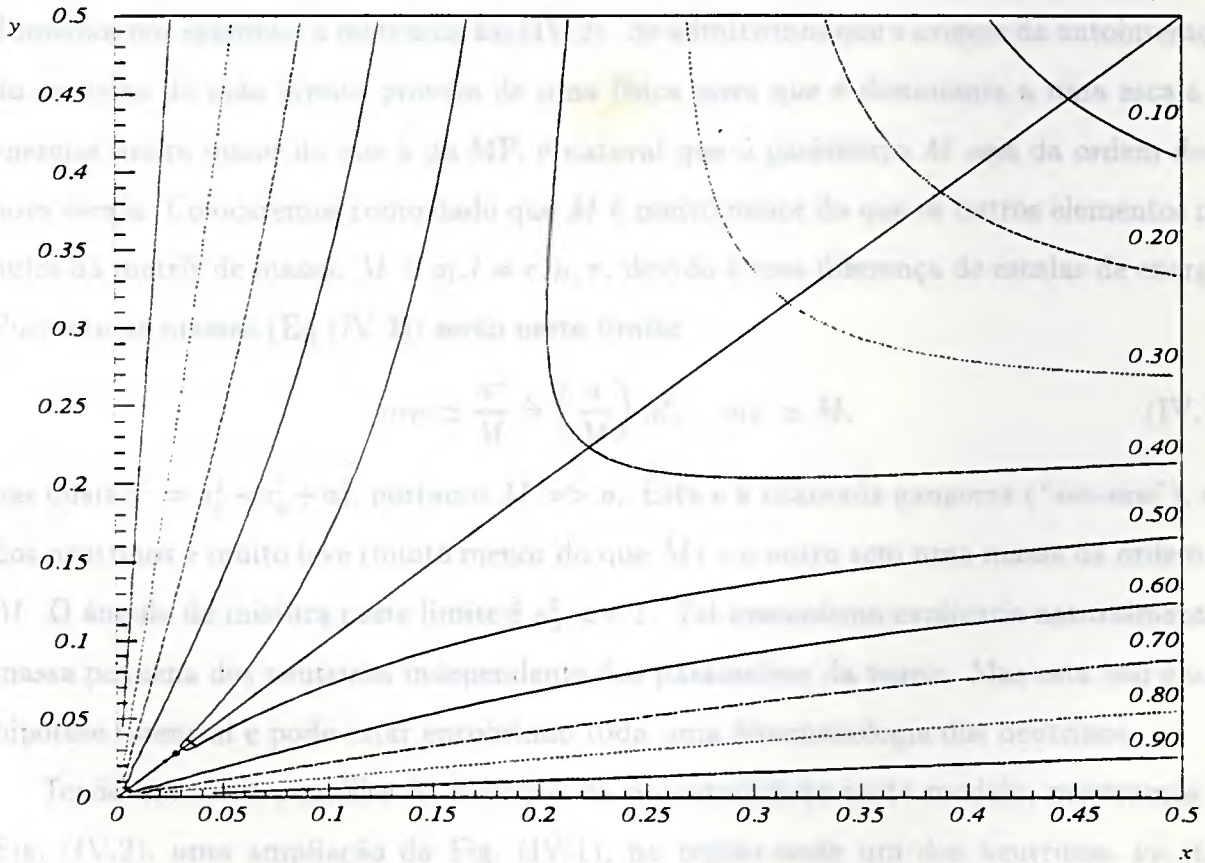


Figura IV.1: Curvas de nível para a função dada na Eq.( IV.14). Temos que  $x = m_F/m_Z$  e  $y = m_P/M_Z$ . A linha diagonal é o limite de  $s_\alpha^2 < 0.5$ .

Na Eq.(IV.14), temos que as variáveis independentes são  $x$  e  $y$ , relacionadas com as massas dos neutrinos. Mostramos na Fig. (IV.1) as curvas de nível da Eq.(IV.14). Da Fig. (IV.1) vemos que mesmo valores de  $x \simeq 0.5$  ( $m_F \simeq M_Z/2$ ) são permitidos.

A procura experimental por léptons neutros seqüenciais, isto é, em dubletos, excluem neutrinos de Dirac (Majorana) com massas menores do que 41.8 GeV (34.8 GeV) [116]. No entanto os neutrinos deste modelo não estão em dubletos.

Fazer uma análise da fenomenologia deste modelo com neutrinos massivos aplicada aos decaimentos leptônicos, de forma análoga ao feito no Capítulo III seria interessante.

Os estudos sobre a influência do neutrino de mão direita sobre os dados experimentais [114], se limitam, em geral, ao uso do mecanismo de “*see-saw*” [115].

O mecanismo de “*see-saw*” tem a ver com a estrutura da matriz de massa dos neutrinos. Tomemos por exemplo, a matriz da Eq.(IV.2). Se admitirmos que a origem da autointeração do neutrino de mão direita provém de uma física nova que é dominante a uma escala de energias muito maior do que a do MP, é natural que o parâmetro  $M$  seja da ordem desta nova escala. Colocaremos como dado que  $M$  é muito maior do que os outros elementos não nulos da matriz de massa,  $M > a_l, l = e, \mu, \tau$ , devido à esta diferença de escalas de energia. Portanto as massas (Eq.(IV.3)) serão neste limite

$$m_P \simeq \frac{a^2}{M} = \left( \frac{a}{M} \right) M, \quad m_F \simeq M. \quad (\text{IV.17})$$

nas quais  $a^2 = a_e^2 + a_\mu^2 + a_\tau^2$ , portanto  $M \gg a$ . Esta é a chamada gangorra (“*see-saw*”), um dos neutrinos é muito leve (muito menor do que  $M$ ) e o outro tem uma massa da ordem de  $M$ . O ângulo de mistura neste limite é  $s_\alpha^2 \ll 1$ . Tal mecanismo explicaria naturalmente a massa pequena dos neutrinos independente dos parâmetros da teoria. Mas esta não é uma hipótese essencial e pode estar encobrindo toda uma fenomenologia dos neutrinos.

Tendo em vista a análise da violação da universalidade neste modelo, mostramos na Fig. (IV.2), uma ampliação da Fig. (IV.1), na região onde um dos neutrinos,  $\nu_P$ , tem massa que permite ser produzido no decaimento dos léptons.

Da Eq.(IV.6) temos que  $\tan^2 \alpha = y/x$ . Na região da Fig. (IV.2), temos que a região permitida é limitada por retas, a  $1\sigma$  e  $2\sigma$  (desvios padrão). Que correspondem respecti-

vamente as retas, da Fig. (IV.2), marcadas por 0.90 e 0.95. Portanto, a inclinação destas retas fornecem limites para  $\tan^2 \alpha$ . Para  $1\sigma$  temos.

$$\tan^2 \alpha < 0.055. \tag{IV.18}$$

ou em termos das massas dos neutrinos.  $m_F > 18.2 m_P$ .

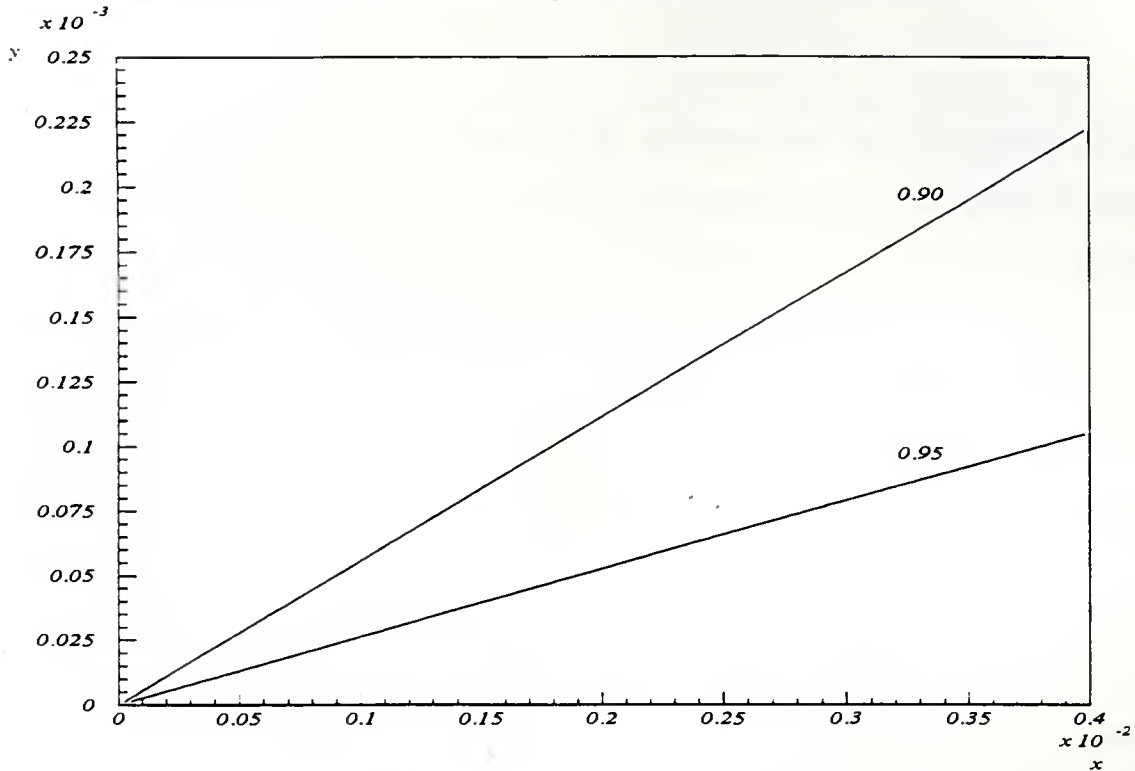


Figura IV.2: Ampliação da Fig.( IV.2.2), mostrando a região permitida (indicada por flechas) dentro de  $1\sigma$  e  $2\sigma$ .

Os decaimentos do tau em neutrinos de Majorana têm as larguras parciais dadas por:  $\Gamma(\tau \rightarrow \nu_P \nu_e) \propto c_\alpha^2$  e  $\Gamma(\tau \rightarrow \nu_F \nu_e) \propto s_\alpha^2$ . Para os nossos valores, a reação  $\tau \rightarrow \nu_P \nu_e$  é mais favorecida.

Nas outras regiões de intervalos de massas dos neutrinos (veja página 69 da tese), obtivemos que a alternativa “b” não impõe nenhum limite e na alternativa “c”, o neutrino mais leve,  $\nu_P$ , deve ter uma massa inferior a 9 GeV.

Havia sido afirmado que o NMD, com três gerações de neutrinos de mão esquerda e um neutrino de mão direita estaria excluído pela medida da largura invisível [117], sendo necessário acrescentar um quarta geração de neutrinos de mão esquerda [118]. Entretanto notamos que existe um erro nas expressões da largura invisível neste trabalho o que invalida suas conclusões.

Neste trabalho estudamos os efeitos da presença de neutrinos massivos e de misturas no setor leptônico. Comparamos as previsões teóricas das larguras parciais de vários decaimentos com os dados experimentais recentes, obtendo desta forma limites para os parâmetros  $\theta$  e  $\alpha$  como também o ângulo de mistura.

Consideramos inicialmente que os neutrinos são partículas de Dirac com uma mistura em três gerações, análoga ao setor dos quarks. Discutimos nesse contexto a fenomenologia de decaimentos leptônicos de léptons e decaimentos de léptons, bem como a largura invisível do  $Z^0$ .

Em seguida apresentamos um modelo que adiciona ao  $M^{\nu}$  apenas um neutrino de mão direita (NMD). Obtivemos como espectro de massas: dois neutrinos de massa nula e dois de massas de Majorana. Discutimos os vínculos que a largura invisível do  $Z^0$  impõe sobre as massas dos dois neutrinos de Majorana e sobre os ângulos de mistura. Sabemos que uma taxa fenomenológica pode estar sendo perdida se usarmos o chamado mecanismo de "see-saw".

Em ambos modelos, a universalidade leptônica não é respeitada, introduzindo desvios nas previsões teóricas em comparação com o  $M^{\nu}$ . No NMD, surgem correntes neutras que trocam sabor em ordem terço de forma de permutação.

Discutiremos agora algumas possíveis direções para estudos posteriores.

A fenomenologia do NMD no setor dos léptons ainda está em aberto, acreditamos que seja possível colocar limites sobre os ângulos através da matriz de mistura.

Existem duas razões da existência de neutrinos massivos que podem ser explicadas em termos dos modelos aqui estudados: a universalidade da experiência KARMEN e o neutrino

## Conclusões

Nesta tese estudamos os efeitos da presença de neutrinos massivos e de misturas no setor leptônico. Comparamos as previsões teóricas das larguras parciais de vários decaimentos com os dados experimentais recentes, obtendo desta forma vínculos para os parâmetros livres como massas e ângulos de mistura.

Consideramos, inicialmente, que os neutrinos são partículas de Dirac com uma mistura em três gerações, análoga ao setor dos quarks. Discutimos neste contexto a fenomenologia de decaimentos leptônicos de hádrons e decaimentos de léptons, bem como a largura invisível do  $Z^0$ .

Em seguida apresentamos um modelo que adiciona ao MP apenas um neutrino de mão direita (NMD). Obtivemos como espectro de massas : dois neutrinos de massa nula e dois de massa de Majorana. Discutimos os vínculos que a largura invisível do  $Z^0$  impõe sobre as massas dos dois neutrinos de Majorana e sobre os ângulos de mistura. Salientamos que uma rica fenomenologia pode estar sendo perdida, se usarmos o chamado mecanismo de "see-saw".

Em ambos modelos, a universalidade leptônica não é respeitada, introduzindo desvios nas previsões teóricas em comparação com o MP. No NMD, aparecem correntes neutras que trocam sabor em ordem zero de teoria de perturbação.

Discutiremos agora algumas possíveis direções para estudos posteriores.

A fenomenologia do NMD no setor dos léptons ainda está em aberto, acreditamos que seja possível colocar limites sobre os outros ângulos da matriz de mistura.

Existem dois indícios da existência de neutrinos massivos que podem ser explicados em termos dos modelos aqui estudados: a anomalia da experiência KARMEN e neutrinos

solares.

Pode-se fazer uma especulação interessante sobre o resultado experimental obtido por KARMEN. Esta experiência parece ter evidências da presença de uma partícula neutra, com uma massa de  $33.9 \text{ MeV}/c^2$ , instável, fracamente interagente e provavelmente produto do decaimento múonico do pión (veja Seção (II.3.3)). O valor da massa obtido por KARMEN é superior ao limite mais recente da massa do neutrino do tau (a dos outros neutrinos já era da ordem de keV) dado por ALEPH, portanto foi descartado pela experiência KARMEN, que poderiam estar observando um neutrino do tau massivo. Entretanto, o limite dado por ALEPH utiliza a hipótese de um autoestado de massa dominante. Se relaxarmos esta condição, conforme a análise que foi feita no Capítulo III, os limites para as massas dos neutrinos seriam menos restritivos, possibilitando que esta partícula observada por KARMEN possa ainda ser um neutrino massivo de Dirac.

Pretendemos futuramente usar o NMD para calcular o efeito da contribuição de neutrinos de Majorana em decaimentos dos píons, que são observados pela experiência KARMEN, que acredita ter evidência da presença de um neutrino estéril.

Pretenderemos estudar também o problema dos neutrinos solares como já feito para o modelo com mistura de três neutrinos de Dirac, à luz do NMD, colocando limites sobre os parâmetros livres do modelo.

Conforme afirmado na introdução, a nova geração de detectores de neutrinos poderá discriminar qual física nova será responsável pelos resultados “anômalos” observados atualmente: KARMEN, LSND, neutrinos solares e atmosféricos.

A física dos neutrinos massivos é uma área em crescimento tanto pelo lado teórico, pela proposta de novos modelos, como pelo lado experimental, pela construção de novos detectores. É um dos campos da física de partículas que ainda possui problemas em aberto e que poderá nos dar uma indicação de novas direções que possamos tomar para ir além do Modelo Padrão.

Na representação de Dirac temos

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (A.6)$$

## Apêndice A

### A.1 Conjugação de carga

#### Notação

O operador conjugação de carga pode ser representado por uma matriz  $C$  que satisfaz as seguintes propriedades

#### A.1 Matrizes de Pauli

As matrizes de Pauli, em número de três,  $\sigma_i$  obedecem a relação de comutação

$$[\sigma_i, \sigma_j] = 2i\epsilon_{ijk}\sigma_k \quad (A.1)$$

e de anticomutação

$$\{\sigma_i, \sigma_j\} = 2\delta_{ij} \quad (A.2)$$

no qual  $i, j = 1, 2, 3$  e que podem ser representadas por

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (A.3)$$

#### A.2 Matrizes $\gamma$ de Dirac

As matrizes  $\gamma$  de Dirac são definidas como as que satisfazem

$$[\gamma_\mu, \gamma_\nu] = 2g_{\mu\nu} \quad (A.4)$$

no qual  $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$ . Também definimos a matriz  $\gamma_5$  dada por

$$\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3 \quad (A.5)$$

Na representação de Dirac temos

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

em que  $I$  é a matriz unidade  $2 \times 2$  e  $\vec{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ .

### A.3 Conjugação de carga

O operador conjugação de carga pode ser representado por uma matriz  $C$  que satisfaz as seguintes propriedades

$$C = -C^{-1} = -C^\dagger = -C^T \quad (\text{A.7})$$

E também

$$C\gamma_\alpha^T C^{-1} = -\gamma_\alpha \quad C^{-1}\gamma_5^T C = \gamma_5^T \quad (\text{A.8})$$

Na representação de Dirac temos que

$$C = i\gamma_2\gamma_0 \quad (\text{A.9})$$

### A.4 Função Degrau

A Função Degrau é dada por

$$\Theta(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

3. ODAE <http://www.cern.ch/Odal/> The Omni-Purpose Apparatus at CERN

4. ENO <http://cosdaq.phy.queensu.ca/ENO/eno.html> Sudbury Neutrino Observatory

5. KAMIOKANDE [http://geb.phys.washington.edu/local\\_web/SuperK/](http://geb.phys.washington.edu/local_web/SuperK/) Solar Neutrino  
Observatory Detector

6. <http://www.slac.stanford.edu/FIND/exp/elist.html> Experiments Online

## Informações sobre experimentos via WWW

Mostramos abaixo alguns endereços de informações sobre vários experimentos. O último item é o local em que está catalogada a maior parte das experiências em andamento.

- a. **ALEPH** <http://alephwww.cern.ch/WWW/>
- b. **AMANDA** <http://dilbert.lbl.gov/www/amanda.html> Antarctic Muon and Neutrino Detector
- c. **ARGUS** <http://www.physik.uni-dortmund.de/ARGUS/argus.html>
- d. **BES** <http://www-bes.slac.stanford.edu/beswww/bes.html>
- e. **CDF** <http://www-cdf.fnal.gov/> The Collider Detector at Fermilab
- f. **CLEO** <http://w4.lns.cornell.edu/>
- g. **DELPHI** <http://delinfo.cern.ch/Delphi/Welcome.html> DEtector for Lepton, Photon and Hadron Identification
- h. **DUMAND** [http://web.phys.washington.edu/local\\_web/dumand/aaa\\_dumand\\_home.html](http://web.phys.washington.edu/local_web/dumand/aaa_dumand_home.html)  
Deep Undersea Muon and Neutrino Detector
- i. **L3** <http://hpl3sn02.cern.ch/welcome.html>
- j. **LNSD** <http://darkmatter.linfield.edu/research/neutrino/neutrino.html>

- k. **OPAL** <http://www1.cern.ch/Opal/> The Omni-Purpose Apparatus at LEP
- l. **SNO** <http://snodaq.phy.queensu.ca/SNO/sno.html> Sudbury Neutrino Observatory
- m. **KAMIOKANE** [http://geb.phys.washington.edu/local\\_web/SuperK/](http://geb.phys.washington.edu/local_web/SuperK/) Solar Neutrino and Nucleon Decay Detector
- n. <http://www.slac.stanford.edu/FIND/explist.html> Experiments Online

Referências Bibliográficas

- [1] S. L. Glashow, *Rev. Phys.* 22, 579(1961); S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* 19, 1264(1967); A. Salam, in *Elementary Particle Theory* ed. N. Swartholm (Almqvist & Wiksell, Stockholm, 1968) p. 367; S. Weinberg, *Rev. Mod. Phys.* 52, 315(1980); L. Salam, *Rev. Mod. Phys.* 32, 229(1960); S. L. Glashow, *Rev. Mod. Phys.* 52, 539(1980)
- [2] J. D. Bjorken e S. D. Drell, *Relativistic Quantum Fields*, McGraw-Hill, New York(1965)
- [3] S. M. Bilenki e S. T. Petros, *Rev. Mod. Phys.* 59, 671(1987).
- [4] S. L. Glashow, J. Iliopoulos e L. Maiani, *Phys. Rev. D* 2, 1285(1970).
- [5] S. L. Glashow e S. Weinberg, *Phys. Rev. D* 15, 1955(1977)
- [6] E. Abe et al. (CDF), *Phys. Rev. Lett.* 74, 3628(1995).
- [7] E. C. Poggio e H. J. Schmitzer, *Phys. Rev. D* 15, 1973(1977).
- [8] N. Cabibbo, *Phys. Rev. Lett.* 10, 531(1963).
- [9] M. Kobayashi e K. Maskawa, *Prog. Theor. Phys.* 49, 652(1973).
- [10] L. Montanet et al. (Particle Data Group), *Phys. Rev. D* 30, 1111(1984).
- [11] L.-L. Chau e W.-Y. Keung, *Phys. Rev. Lett.* 53, 1802(1984).
- [12] H. Georgi e S. L. Glashow, *Phys. Rev. Lett.* 32, 438(1974).

## Referências Bibliográficas

- [1] S. L. Glashow, Nucl. Phys. **22**, 579(1961); S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19**, 1264(1967); A. Salam, em *Elementary Particle Theory*, ed. N. Svartholm (Almquist e Wiksell, Stockholm, 1969), p. 367; S. Weinberg, Rev. Mod. Phys. **52**, 515(1980); A. Salam, Rev. Mod. Phys. **52**, 525(1980); S. L. Glashow, Rev. Mod. Phys. **52**, 539(1980).
- [2] J. D. Bjorken e S. D. Drell, *Relativistic Quantum Fields*, McGraw-Hill, New York(1965).
- [3] S. M. Bilenki e S. T. Petcov, Rev. Mod. Phys. **59**, 671(1987).
- [4] S. L. Glashow, J. Iliopoulos e L. Maiani, Phys. Rev. D **2**, 1285(1970).
- [5] S. L. Glashow e S. Weinberg, Phys. Rev. D **15**, 1958(1977).
- [6] F. Abe *et al.* (CDF), Phys. Rev. Lett. **74**, 2626(1995).
- [7] E. C. Poggio e H. J. Schnitzer, Phys. Rev. D **15**, 1973(1977).
- [8] N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. **10**, 531(1963).
- [9] M. Kobayashi e K. Maskawa, Prog. Theor. Phys. **49**, 652(1973).
- [10] L. Montanet *et al.* (Particle Data Group), Phys. Rev. D **50**, 1173(1994).
- [11] L.-L. Chau e W.-Y. Keung, Phys. Rev. Lett. **53**, 1802(1984).
- [12] H. Georgi e S. L. Glashow, Phys. Rev. Lett. **32**, 438(1974).

- [13] F. Pisano e V. Pleitez, Phys. Rev. D **46**, 410(1992); R. Foot, O. F. Hernandez, F. Pisano e V. Pleitez, Phys. Rev. D **47**, 4158(1993); P. Frampton, Phys. Rev. Lett. **69**, 2889(1992); J.C. Montero, F. Pisano e V. Pleitez, Phys. Rev. D **47**, 2918(1993).
- [14] C. Jarlskog, Nucl. Phys. A **518**, 129(1990); C. Jarlskog, Phys. Lett. **241B**, 579(1990).
- [15] E. Majorana. Il Nuovo Cimento **14**, 171(1937) (em italiano). Existe uma versão em inglês disponível, veja a Referência 6 do preprint de D. V. Ahluwalia, *Theory of Neutral Particles: McLennan-Case Construct for Neutrino, its Generalization and a New Wave Equation*, hep-th/9409134.
- [16] K. M. Case. Phys. Rev. **107**, 307(1957).
- [17] J. W. F. Valle. Prog. Part. Nucl. Phys. **26**, 91(1991).
- [18] D. Wyler e L. Wolfenstein, Nucl. Phys. B **218**, 205(1983).
- [19] G. C. Branco. W. Grimus e L. Lavoura, Nucl. Phys. B **312**, 492(1989).
- [20] B. Kayser. F. Gibrat-Debu e F. Perrier, *The Physics of Massive Neutrinos*, World Scientific Lecture Notes in Physics, Vol. 25, World Scientific (1989).
- [21] J. Donoghue. Phys. Rev. D **18**, 1632(1978).
- [22] J. Schechter e J. W. F. Valle, Phys. Rev. D **21**, 309(1980).
- [23] J. Schechter e J. W. F. Valle, Phys. Rev. D **22**, 2227(1980).
- [24] M. Fritschi *et al.* (SIN). Phys. Lett. **173B**, 485(1986).
- [25] H. Kawakami *et al.*. Proc. Sixth Moriond Workshop *Massive Neutrinos in Astrophysics and in Particle Physics*, Tignes, Savoie, France. de Janeiro 25 à 1 de Fevereiro, ed. O. Fackler e J. Trân Thanh Vân, Editions Frontieres, Gif-sur-Yvette. p. 503 (1986).
- [26] S.Boris *et al.* (ITEP). Phys. Rev. Lett. **58**, 2019(1987).

- [27] J. F. Wilkerson *et al.* (Los Alamos), Phys. Rev. Lett. **58**, 2023(1987).
- [28] R. G. H. Robertson *et al.* (Los Alamos), Phys. Rev. Lett. **67**, 957(1991).
- [29] H. Kawakami *et al.* (INS), Phys. Lett. **256B**, 105(1991).
- [30] H. C. Sun *et al.* (CIAE), Chinese J. Nucl. Phys. **15**, 261(1993).
- [31] E. Holzschuh, M. Fritschi e W. Kundig, Phys. Lett. **287B**, 381(1992).
- [32] Ch. Weinheimer *et al.* (Mainz), Phys. Lett. **300B**, 210(1993).
- [33] A. I. Belesev *et al.* (INR-KIAE), Phys. Lett. **350B**, 263(1995).
- [34] R. Abela *et al.* (SIN), Phys. Lett. **146B**, 431(1984).
- [35] M. Daum *et al.* (PSI), Phys. Lett. **265B**, 425(1991).
- [36] K. Assamagan *et al.* (PSI), Phys. Lett. **335B**, 231(1994).
- [37] K. Hikasa *et al.* (Particle Data Group), Phys. Rev. D **45**, Part II(1992).
- [38] C. Chengrui, H. Tsohsiu, L. Dongqi, M. Yajun, C. Shipping e S. Hancheng (CIAE), Int. Jour. Mod. Phys. A **10**, 2841(1995).
- [39] B. Jeckelmann, P. F. A. Goudsmit e H. J. Leisi, Phys. Lett. **335B**, 326(1994).
- [40] W. Bacino *et al.* (DELCO), Phys. Rev. Lett. **42**, 749(1979).
- [41] C. A. Blocker *et al.* (MARK II), Phys. Lett. **109B**, 119(1982).
- [42] C. Matteuzzi *et al.* (MARK II), Phys. Rev. Lett. **52**, 1869(1984).
- [43] G. B. Mills *et al.* (DELCO), Phys. Rev. Lett. **54**, 624 (1985).
- [44] C. Matteuzzi *et al.* (MARK II), Phys. Rev. D **32**, 800(1985).
- [45] P. R. Burchat *et al.* (MARK II), Phys. Rev. Lett. **54**, 2489(1985).

- [46] H. Albrecht *et al.* (ARGUS), Phys. Lett. **163B**, 404(1985).
- [47] S. Abachi *et al.* (HRS), Phys. Rev. Lett. **56**, 1039(1986).
- [48] S. E. Csorna *et al.* (CLEO), Phys. Rev. D **35**, 2747(1987).
- [49] S. Abachi *et al.* (HRS), Phys. Rev. D **35**, 2880(1987).
- [50] H. Albrecht *et al.* (ARGUS), Phys. Lett. **202B**, 149(1988).
- [51] H. Albrecht *et al.* (ARGUS), Phys. Lett. **292B**, 221(1992).
- [52] D. Cinabro *et al.* (CLEO), Phys. Rev. Lett. **70**, 3700(1993).
- [53] Resultado apresentado por N. Qi, Z.-P. Zheng e S.-M. Chen (BEPC), *A New Upper Limit of Tau Neutrino Mass From the Decay  $\tau^- \rightarrow K^+ K^- \pi^- \nu_\tau$* , no XXVII International Conference on High Energy Physics, Glasgow, Scotland, Julho de 94 (não publicado).
- [54] Agradeço à Norbert Tesch (OPAL) por mostrar uma versão prévia do trabalho. R. Akers *et al.* (OPAL), Z. Phys. C **65**, 183(1995).
- [55] D. Buskulic *et al.* (ALEPH), Phys. Lett. **349B**, 585(1995) e F. Cerutti *et al.* (ALEPH), Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **40**, 71(1995).
- [56] Agradeço à M. Sasaki pela comunicação privada. Resultado preliminar apresentado por M. Sasaki (OPAL), *Direct Measurements of the Mass of Tau Neutrino*, no XXVII International Conference on High Energy Physics, Glasgow, Scotland, Julho de 94 (não publicado).
- [57] Comunicação privada de Bernard Spaan (ex-ARGUS) e tese de doutorado (em alemão) (não publicada).
- [58] G. Gelmini e E. Roulet. *Neutrino Masses*, CERN-TH.7541/94. UCLA-94-TEP-36, hep-ph/9412278 submetida para publicação na Rep. Prog. Phys.

- [59] B. Maier *et al.* (Heidelberg-Moscow), Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **35**, 358(1994).
- [60] A. Balysh *et al.* (Heidelberg-Moscow), Phys. Lett. **283B**, 32(1992); *idem* **322B**, 176(1994).
- [61] Existem vários grupos que calculam os fluxos dos neutrinos solares. Cito J. N. Bahcall e R. K. Ulrich. Rev. Mod. Phys. **60**, 297(1988); J. N. Bahcall e M. K. Pinsonneault, Rev. Mod. Phys. **64**, 885(1992); S. Turck-Chieze, S. Cahen, M. Cassé e C. Doom, Ap. J. **335**, 415(1988); S. Turck-Chieze e I. Lopes, Ap. J. **408**, 347(1993).
- [62] As mais recentes revisões sobre os experimentos são: R. Davis Jr. (Homestake), Prog. Part. Nucl. Phys. **32**, 13(1994); W. C. Haxton, *The Solar Neutrino*, hep-ph/9503450, a aparecer no Ann. Rev. of Astronomy and Astrophysics; E. Fiorini, Nuovo Cimento **107A**, 1159(1994).
- [63] A primeira referência de [62].
- [64] Um artigo de revisão, que possui as referências específicas de cada experiência é, E. Kh. Akhmedov, *Atmospheric Neutrinos*, FTUV/94-9, IFIC/94-6, seminário apresentado na *Int. School on Cosmological Dark Matter*, Valencia, Spain, 4 a 8 de Outubro, 1993.
- [65] K. Nakamura, *Observation of Atmospheric Neutrinos in Kamiokande* (não publicado).
- [66] M. Honda, T. Kajita, K. Kasahara e S. Midorikawa, *Calculation of the Flux of Atmospheric Neutrinos*. ICRR-Report-336-95-2, hep-ph/9503439. Este artigo tem as referências dos vários grupos que calculam os fluxos teóricos.
- [67] B. Armbruster *et al.* (KARMEN). Phys. Lett. **348B**, 19(1995).
- [68] B. Armbruster *et al.* (KARMEN). Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **38**, 229(1995).

- [69] C. Athanassopoulos *et al.* (LNSD), *Candidate Events in a Search for  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$  Oscillations*. LAMPF preprint. LA-UR 95-1238, nucl-ex/9504002, submetida para publicação na Physics Review Letters.
- [70] R. Cowsik e J. McClelland. Phys. Rev. Lett **29**, 669(1972).
- [71] B.W. Lee e S. Weinberg, Phys. Rev. Lett **39**, 165(1977).
- [72] M. Kawasaki, P. Kernan, H.-S. Kang, R. J. Scherrer, G. Steigman e T. P. Walker, Nucl. Phys. B **419**, 105(1994).
- [73] J.A. Grifols. *Neutrinos in Astrophysical Environments*, seminário apresentado em *Escuela Latinoamericana de Física ELAF's 93*, de 5 a 16 Julho, 1993 (não publicado).
- [74] W. Pauli carta enviada à L. Meitner *et al.*, o original alemão foi publicado em *Collected Scientific Papers by Wolfgang Pauli*, ed. R. Kronig e W. F. Weisskopf, p.1316. Wiley Interscience, New York(1964). Traduzido para o inglês em *Inward Bound*, A. Pais, p. 315. Oxford University Press, Oxford(1986).
- [75] J.N. Ng. Nucl. Phys. B **191**, 125(1981); Phys. Lett. **99B**, 53(1981).
- [76] P. D. Acton *et al.*, Z. Phys. C **54**, 323(1993).
- [77] D. Schaile. seminário apresentado no *XXVII International Conference on High Energy Physics*. Glashow, Scotland, Julho de 1994 não publicado).
- [78] M. L. Perl. Rept. Prog. Phys. **55**, 653(1992).
- [79] C. Villi. Nuovo Cimento **107A**, 665(1994).
- [80] J. Z. Bai *et al.* (BES), Phys. Rev. Lett **69**, 3021(1992).
- [81] Atualização parcial em 1995 dos dados do *PDG94* para a edição de 1996, obtido via WWW (<http://pdg.lbl.gov>).
- [82] W. Bacino *et al.* (DELCO), Phys. Rev. Lett. **41**, 13(1978).

- [83] J. J. Hernández *et al.* (Particle Data Group), Phys. Lett. **239B**, 1(1990).
- [84] P. Privitera (DELPHI). DELPHI93-58-PHYS 286: seminário apresentado na *International Europhysics Conference on High Energy Physics*, Marseille, France de 22 à 28 de Julho de 1993 (não publicado).
- [85] R. Balest *et al.* (CLEO). Phys. Rev. D **47**, R3671(1993).
- [86] E. Soderstrom (BES). *Final Result on the Mass of the Tau Lepton from the BES Collaboration*. SLAC-PUB-6542. seminário apresentado no *8<sup>th</sup> Meeting of the Particle and Fields on American Physics Society*, Albuquerque, NM, de 2 a 6 de Agosto de 1994 (não publicado).
- [87] C.O. Escobar, O.L.G. Peres, V. Pleitez e R. Zukanovich Funchal, Europhys. Lett. **21**(2), 169(1993) e referências citadas neste trabalho.
- [88] X.-Q. Li e Z. Tao. Mod. Phys. Lett. **5**, 1933(1990).
- [89] V. Barger, K. Whisnant e R. J. N. Phillips, Phys. Rev. D **22**, 1636(1980); D. Harley, T. K. Ku e J. Pantaleone. Phys. Rev. D **47**, 4059(1993).
- [90] R. Shrock. Phys. Lett. **96B**, 159(1980); Phys. Rev. D **24**, 1232(1981); *idem* D **24**, 1275(1981).
- [91] D.I. Britton *et al.*. Phys. Rev. D **46**, R885(1992).
- [92] J. Heintze *et al.*. Phys. Lett **60B**, 302(1976); R.S. Hayano *et al.*, Phys. Rev. Lett. **49**, 1305(1982).
- [93] O. L. G. Peres, V. Pleitez e R. Zukanovich Funchal, Phys. Rev. D **50**, 513(1994).
- [94] P. Kalyniak e J.N. Ng. Phys. Rev. D **24**, 1874(1981).
- [95] R.R.L Sharma e N.K. Sharma. Phys. Rev. D **29**, 1533(1984).
- [96] W.J. Marciano e A. Sirlin. Phys. Rev. Lett **61**, 1815(1988).

- [97] P. Kalyniak e J.N. Ng, Phys. Rev. D **25**, 1305(1982).
- [98] W.F.L. Hollik, Fortschr. Phys. **38**, 165(1990).
- [99] M. Finkemeier, *Radiative Correction to  $\pi_{l2}$  and  $K_{l2}$  decays*, seminário apresentado no 2<sup>th</sup> Workshop on Physics and Detectors for Daphne, INFN-LNF, Frascati, de 4 a 7 de Abril de 1995, hep-ph/9505434 (não publicado).
- [100] A. Bottino, N. Fornengo, C. W. Kim e G. Mignolla, *Limits on the Neutrino Mass and Mixing Angle from Pion and Lepton Decays*, DFTT 33/95, JHU-TIPAC 95018, hep-ph/9505394.
- [101] R. Stroynowski e A. Weinstein, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **43**, 456(1993).
- [102] T. N. Pham e C. Roiesnel e T. N. Truong, Phys. Lett. **78B**, 623(1978).
- [103] KORALB : S. Jadach e Z. Was, Comput. Phys. Commuc. **36**, 191(1985); *idem*, *KORALB-An upgrade to version 2.4*, CERN-TH-7272/94 (não publicado). TAUOLA: S. Jadach, J. H. Kühn e Z. Was, Comput. Phys. Commuc. **64**, 275(1991); R. Decker *et al.*, Comput. Phys. Commuc. **76**, 361(1993). KORALZ: S. Jadach e Z. Was, Comput. Phys. Commuc. **66**, 276(1991); CERN-TH 7075/93 (não publicado).
- [104] J.J. Gomez-Cadenas *et al.*, Phys. Rev. D **41**, 2179(1990).
- [105] M. M. Guzzo, O. L. G. Peres, V. Pleitez e R. Zukanovich Funchal, *A remark on the tau neutrino mass limit*, preprint IFT-P.032/95, hep-ph/9507264.
- [106] S. Sarkar e A.M. Cooper, Phys. Lett. **148B**, 347(1984).
- [107] F. Bergsma *et al.* (CHARM), Phys. Lett. **128B**, 361(1983).
- [108] G. Bernardi *et al.* (CERN-PS191), Phys. Lett. **166B**, 479(1986).
- [109] S. Aoki *et al.* (WA75), Prog. Theor. Phys. **89**, 131(1993).

- [110] M. M. Guzzo, O. L. G. Peres, V. Pleitez e R. Zukanovich Funchal, *Three generation vacuum oscillations and the solar neutrino problem*, preprint IFT-P.023/95, hep-ph/9407333; *Nonresonant MSW solution to the solar neutrino problem*, preprint IFT-P.003/95, hep-ph/9412331.
- [111] W. Grimus e H. Neufeld, Nucl. Phys. B **325**, 18(1989).
- [112] M. Doi, T. Kotani, T. Kurimoto, H. Nishiura, E. Takasugi, Phys. Rev. D **37**, 1923(1988)
- [113] R. Foot e H. Lew, *Implications of a model with a longer tau lifetime*, preprint FERMILAB-PUB-92/170-T (não publicado).
- [114] L. N. Chang, D. Ng e J. Ng, Phys. Rev. D **50**, 4589(1994).
- [115] M. Gell-Mann, P. Ramond e R. Slansky em *Supergravity*, ed. por D. Freedman e P. van Nieuwenhuizen, North Holland Publ. Co., 1979; T. Yanagida em *Proc. of the Workshop on Unified Theories and Baryon Number in the Universe*, ed. por O. Sawada e A. Sugamoto, Nat. Lab. for High Energy Physics, 1979; R. Mohapatra e G. Senjanovic, Phys. Rev. Lett. **44**, 912(1980).
- [116] B. Adeva *et al.* (L3), Phys. Lett. **251B**, 321(1990).
- [117] X. Li e Z. Tao, Mod. Phys. Lett. A **5**, 1933(1990).
- [118] X. Li e Z. Tao, Phys. Rev. D **43**, 3691(1991).

